

Epreuve sur dossier du CAPES externe de mathématiques, session 2006

(ORAL 2)

Ce document contient la liste des dossiers proposés aux candidats passant le second oral du CAPES externe 2006, telle qu'elle a été publiée sur le site officiel du Jury de l'époque. Des questions du jury concernant ces dossiers ont été rassemblées par ordre chronologique dans le livre intitulé "Questions du jury d'oral du CAPES mathématiques & réflexions sur la préparation" (auteurs : Fabien Herbaut et Dany-Jack Mercier) paru en 2010. Ce document permet d'avoir accès aux sujets donnés à l'époque.

Pour me contacter : dany-jack.mercier@hotmail.fr.
Pour surfer sur MégaMaths (Prépa CAPES) : http://megamaths.perso.neuf.fr/ (en 2010).

[0] [epreuvesurdossier2006]

Sujets de l'épreuve sur dossier 2006

Sujet donné le	Thème	
29 Juin	Arithmétique	
30 Juin	Séries statistiques à une variable	
1 Juillet	Suites	
2 Juillet	Outils	Les nombres complexes
3 Juillet	Problèmes de grandeurs	Calculs de longueur, d'aires et de volumes
4 Juillet	Fonctions	Etude de recherche d'extremums et optimisation
5 Juillet	Techniques de dénombrement	
6 Juillet	Equations, inéquations du premier et du second degré à une inconnue (ou pouvant s'y ramener)	
7 Juillet	Problèmes de constructions	Constructions à l'aide de transformations
8 Juillet	Outils	Le calcul vectoriel et la géométrie analytique
12 Juillet	Outils	Le calcul vectoriel et la géométrie analytique
13 Juillet	Probabilités	Probabilités conditionnelles
14 Juillet	Outils	Les barycentres
15 Juillet	Problèmes de constructions	
16 Juillet	La proportionnalité	
17 Juillet	Fonctions	Etude du comportement local
18 Juillet	Intégration	Calcul d'intégrales par des méthodes variées
19 Juillet	Divers type de raisonnement(par l'absurde, par récurrence,...)	
20 Juillet	Problèmes de construction	Constructions utilisant des configurations connues
21 Juillet	Equations différentielles	

Thème : Arithmétique

1. L'exercice proposé au candidat

1) Soit m un entier relatif. On note (E_m) l'équation $11x + 13y = m$, d'inconnue (x, y). Trouver toutes les solutions (x, y) de (E_m) dans $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$.
2) On suppose désormais que m est un entier naturel. Montrer qu'il y a autant de solutions (x, y) de l'équation (E_m) dans $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ qu'il y a d'entiers dans le segment $\left[\frac{5m}{11}, \frac{6m}{13}\right]$.
3) Montrer que si $m < 143$ (resp. $m \geq 143$), alors l'équation (E_m) possède au plus (resp. au moins) une solution (x, y) dans $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$.

2. Le travail demandé au candidat

En aucun cas, le candidat ne doit rédiger sur sa fiche sa solution de l'exercice. Celle-ci pourra néanmoins lui être demandée partiellement ou en totalité lors de l'entretien avec le Jury

Pendant sa préparation, le candidat traitera les questions suivantes :

$Q.1$) Dégagez les méthodes et outils nécessaires à la résolution de cet exercice.

$Q.2$) Ecrire un algorithme renvoyant, pour un entier naturel m donné, la ou les solutions éventuelles (x, y) de l'équation (E_m) dans $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$. Cet algorithme pourra être implanté sur votre calculatrice ou simplement décrit au tableau dans un langage de votre choix.

$Q.3$) Comment pourrait-on montrer que 119 est le plus grand entier naturel m tel que (E_m) n'ait pas de solution dans $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$?

Sur ses fiches, le candidat rédigera et présentera :

- Sa réponse à la question $Q.2$).
- Un ou deux énoncés d'exercices se rapportant au thème « **Arithmétique** ».

3. Quelques références aux programmes

Classe de Term S (Enseignement de spécialité).

Contenus	**Modalités de mise en oeuvre**	**Commentaires**
Arithmétique		
Divisibilité dans $\mathbb{Z}$. Division euclidienne. Algorithme d'Euclide pour le calcul du PGCD. Congruences dans $\mathbb{Z}$. Entiers premiers entre eux.	On fera la synthèse des connaissances acquises dans ce domaine au collège et en classe de seconde. On étudiera quelques algorithmes simples et on les mettra en oeuvre sur calculatrice ou tableur : recherche d'un PGCD, décomposition d'un entier en facteurs premiers, reconnaissance de la primalité d'un entier.	On montrera l'efficacité du langage des congruences. On utilisera les notations : $a > b$ (n) ou $a > b$ (modulo n), et on établira les compatibilités avec l'addition et la multiplication. Toute introduction de $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$ est exclue.
Nombres premiers. Existence et unicité de la décomposition en produit de facteurs premiers. PPCM.	On démontrera que l'ensemble des nombres premiers est infini.	L'unicité de la décomposition en facteurs premiers pourra être admise.
Théorème de Bézout. Théorème de Gauss.	Sur des exemples simples, obtention et utilisation de critères de divisibilité. Exemples simples d'équations diophantiennes. Applications élémentaires au codage et à la cryptographie. Application : petit théorème de Fermat.	L'arithmétique est un domaine avec lequel l'informatique interagit fortement ; on veillera à équilibrer l'usage de divers moyens de calculs : à la main, à l'aide d'un tableur ou d'une calculatrice.

Thème : Séries statistiques à une variable

1. L'exercice proposé au candidat

Le tableau ci-contre indique, pour chaque mois de l'année 2004, trois données concernant le site web du CAPES (la « bande passante » représente le volume d'information qui a été chargé).

Mois	Visiteurs différents	Visites	Bande passante
Janvier 2004	353	425	62 Mo
Février 2004	577	744	144 Mo
Mars 2004	834	1 151	169 Mo
Avril 2004	650	803	132 Mo
Mai 2004	2 498	3 404	1 021 Mo
Juin 2004	2 324	3 254	907 Mo
Juillet 2004	2 636	3 482	589 Mo
Août 2004	1 410	1 916	274 Mo
Septembre 2004	2 525	3 553	681 Mo
Octobre 2004	2 897	4 135	2 600 Mo
Novembre 2004	3 861	5 232	4 372 Mo
Décembre 2004	2 452	3 157	2 499 Mo

1) Donner pour ces trois séries de données le tableau des effectifs cumulés croissants.
À quels types de questions ces tableaux permettent-ils de répondre ?

2) Calculer la moyenne du nombre des visiteurs et la moyenne du nombre des visites. On s'intéresse au nombre moyen de visites par visiteurs : un élève propose de le calculer chaque mois et de faire la moyenne des résultats obtenus. Un autre propose de faire le quotient moyenne des visites moyenne des visiteurs. Obtient-on le même résultat ? Pourquoi ? En moyenne quelle est la bande passante utilisée par un visiteur ?

3) Proposer une ou deux représentations graphiques permettant de visualiser les données du tableau.

2. Le travail demandé au candidat

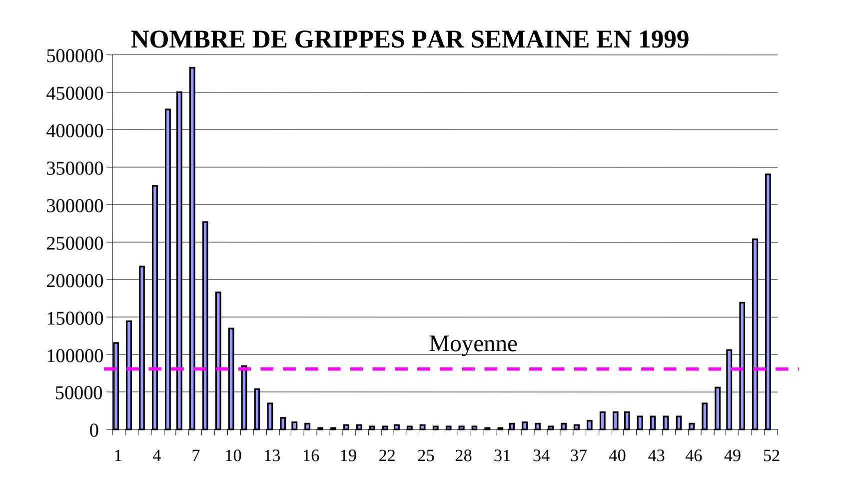
En aucun cas, le candidat ne doit rédiger sur sa fiche sa solution de l'exercice. Celle-ci pourra néanmoins lui être demandée partiellement ou en totalité lors de l'entretien avec le jury

Pendant sa préparation, le candidat traitera les questions suivantes :

Q.1. Préciser à quel niveau d'enseignement une telle activité peut trouver sa place. Indiquer comment vous la mettriez en œuvre dans une classe.

Q.2. Quelles représentations graphiques peut-on obtenir en réponse à la question 3) ? Montrer sur un écran de calculatrice une de ces représentations.

Q.3. Donner au moins un autre exemple permettant d'illustrer l'intérêt et les limites de la notion de moyenne, vous pourrez (sans que ce soit une obligation) utiliser le graphique ci-contre. Énoncer les théorèmes mis en jeu dans l'exercice.



Sur ses fiches, le candidat rédigera et présentera :

– sa réponse à la question Q.3.
– un ou plusieurs exercices sur le thème : « **Séries statistiques à une variable.** »

3. Quelques références aux programmes

Classe de Quatrième

Contenus	**Compétences exigibles**	**Commentaires**
3. Statistiques Effectifs cumulés, fréquences cumulées. Moyennes pondérées.	Calculer des effectifs cumulés, des fréquences cumulées. Calculer la moyenne d'une série statistique.	L'élève sera confronté à des situations courantes où la méthode de calcul est à remettre en cause : par exemple, les différences constatées entre la moyenne annuelle des notes d'un élève calculée à partir de l'ensemble des notes de l'année ou à partir de la moyenne des moyennes trimestrielles.
Initiation à l'utilisation de tableurs-grapheurs.		Les tableurs-grapheurs, utilisés dès la 5e en technologie, introduisent une nouvelle manière de désigner une variable : par l'emplacement de la cellule où elle se trouve dans un tableau. Cette nouveauté est un enrichissement pour des utilisations dont on pourra donner des exemples. Pour les graphiques des choix successifs sont proposés, ils conduisent naturellement à examiner leur pertinence pour l'illustration d'une situation donnée.

Classe de Troisième

Contenus	**Compétences exigibles**
3. Statistiques Caractéristiques de position d'une série statistique. Approche de caractéristiques de dispersion d'une série statistique.	Une série statistique étant donnée (sous forme de liste ou de tableau, ou par une représentation graphique), proposer une valeur médiane de cette série et en donner une signification. Une série statistique étant donnée, déterminer son étendue ou celle d'une partie de cette série.

Classe de Première ES

Contenus	**Modalités de mise en œuvre**	**Commentaires**
Statistique Étude de séries de données : – nature des données (effectifs, données moyennes, indices, pourcentages,. . .) ; – lissage par moyennes mobiles ; – histogrammes à pas non constants – diagrammes en boîte.	On s'intéressera en particulier aux séries chronologiques. On effectuera à l'aide d'un tableur le lissage par moyennes mobiles et on observera directement son effet sur la courbe représentant la série. Les histogrammes à pas non constants ne seront pas développés pour eux mêmes, mais le regroupement en classes inégales s'imposera lors de l'étude d'exemples comme des pyramides des âges ou de salaires.	Sans développer de technicité particulière à propos des histogrammes à pas non constants, on montrera l'intérêt d'une représentation pour laquelle l'aire est proportionnelle à l'effectif.

Classe de Première S

Contenus	**Modalités de mise en œuvre**	**Commentaires**
Statistique Variance et écart-type. Diagramme en boîte ; intervalle interquartile. Influence sur l'écart-type et l'intervalle interquartile d'une transformation affine des données.	On cherchera des résumés pertinents et on commentera les diagrammes en boîtes de quantités numériques associées à des séries simulées ou non. On observera l'influence des valeurs extrêmes d'une série sur l'écart-type ainsi que la fluctuation de l'écart-type entre séries de même taille. L'usage d'un tableur ou d'une calculatrice permettent d'observer dynamiquement et en temps réel, les effets des modifications des données.	L'objectif est de résumer une série par un couple (mesure de tendance centrale ; mesure de dispersion). Deux choix usuels sont couramment proposés : le couple (médiane ; intervalle interquartile), robuste par rapport aux valeurs extrêmes de la série, et le couple (moyenne ; écart-type). On démontrera que la moyenne est le réel qui minimise $\sum(x_i - \overline{x})^2$, alors qu'elle ne minimise pas $\sum \lvert x_i - \overline{x} \rvert$.

Thème : Les suites

1. L'exercice proposé au candidat

Soit $\alpha \in \mathbb{R}\setminus\{2\}$. On considère la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par :

$$\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_1 = a \in \mathbb{R} \\ \text{pour tout } n \in \mathbb{N}\ ,\ u_{n+2} = \alpha u_{n+1} - (\alpha - 1)\, u_n \end{cases}$$

1) On pose pour tout $n \in \mathbb{N}, v_n = u_{n+1} - u_n$. Montrer que $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite géométrique. En déduire v_n en fonction de α, n, et a.

2) On pose pour tout $n \in \mathbb{N}, w_n = u_{n+1} - (\alpha - 1)\, u_n$. Montrer que $(w_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite constante.

3) Calculer u_n en fonction de v_n et w_n puis u_n en fonction de α, n et a.

2. Le travail demandé au candidat

En aucun cas, le candidat ne doit rédiger sur sa fiche sa solution de l'exercice. Celle-ci pourra néanmoins lui être demandée partiellement ou en totalité lors de l'entretien avec le Jury

Pendant sa préparation, le candidat traitera les questions suivantes :

Q.1) Proposer une utilisation de la calculatrice pour le calcul des premiers termes des trois suites rencontrées.

Q.2) Comment choisiriez-vous les suites auxiliaires $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ et $(w_n)_{n\in\mathbb{N}}$ dans le cas d'une suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie avec une relation de récurrence de la forme : $u_{n+2} = 2u_{n+1} + 3u_n$?

Q.3) Le paramètre α prend des valeurs dans $\mathbb{R}$ privé de 2, pourquoi ?

Sur ses fiches, le candidat rédigera et présentera :

(i) sa réponse à la question Q.2)

(ii) Deux exercices sur le thème des suites, mettant en jeu d'autres notions sur les suites.

3. Quelques références aux programmes

Programme de Première S

Contenus	Modalités et mise en œuvre	Commentaires
Suites Modes de générations d'une suite numérique. Suite croissante, suite décroissante.	Étude de l'évolution de phénomènes discrets amenant à une relation de récurrence.	
Suites arithmétiques et suites géométriques.	Calcul des termes d'une suite sur calculatrice ou tableur ; observation des vitesses de croissance (resp. de décroissance) pour des suites arithmétiques et des suites géométriques. Comparaison des valeurs des premiers termes des suites $(1+t)^n$ et $1+nt$ pour différentes valeurs de t (en lien avec la notion de dérivée). On pourra étudier numériquement, sur ordinateur ou calculatrice, le temps de doublement d'un capital placé à taux d'intérêt constant, la période de désintégration d'une substance radioactive, etc.	On veillera à faire réaliser sur calculatrice des programmes où interviennent boucle et test.

Programme de TS

Contenus	Modalités et mise en oeuvre	Commentaires
Raisonnement par récurrence Suite monotone, majorée, minorée, bornée.	On choisira des exemples permettant d'introduire le vocabulaire usuel des suites et nécessitant l'utilisation de raisonnements par récurrence. On s'appuiera sur un traitement tant numérique (avec outils de calcul : calculatrice ou ordinateur) que graphique ou algébrique.	On présentera le principe de récurrence comme un axiome.
Suites Modes de générations d'une suite numérique. Suite croissante, suite décroissante.	On étudiera numériquement sur un ou deux exemples, la rapidité de convergence d'une suite (u_n) vers sa limite L, en complétant l'étude sur tableur par des encadrements de $(u_n - L)$. On traitera quelques problèmes menant à l'étude de suites définies par $u_{n+1} = au_n + b$.	Aucune notion théorique de rapidité de convergence n'est au programme.

Thème : Outils
Les nombres complexes

1. L'exercice proposé au candidat

On se donne un rectangle $ABCD$ (direct) et on pose $AB = CD = a$, $AD = BC = b$ ($a > 0$, $b > 0$).

On se pose le problème suivant (cf fig.1) : existe-t-il un triangle équilatéral APQ inscrit dans le rectangle $ABCD$ (le point P appartenant au segment $[BC]$ et le point Q au segment $[CD]$) ?

1) Soit P un point quelconque de $[BC]$ et Q un point quelconque du segment $[CD]$.
On pose $DQ = x$ et $BP = y$. Montrer que APQ est équilatéral si et seulement si
$$\begin{cases} x = 2a - b\sqrt{3} \\ y = 2b - a\sqrt{3} \end{cases}$$
Indication : utiliser les affixes, et une rotation de centre A.

2) En déduire que le problème a une solution si et seulement si $\dfrac{\sqrt{3}}{2} \leq \dfrac{a}{b} \leq \dfrac{2}{\sqrt{3}}$ et qu'alors elle est unique.

3) On suppose que le problème posé admet une solution. On construit les triangles équilatéraux BCI et CDJ, comme indiqué figure 2. Soit P le point d'intersection des droites (AJ) et (BC), et Q le point d'intersection des droites (AI) et (CD). Montrer que APQ est le triangle équilatéral cherché.
En déduire une construction du triangle APQ à la règle et au compas.

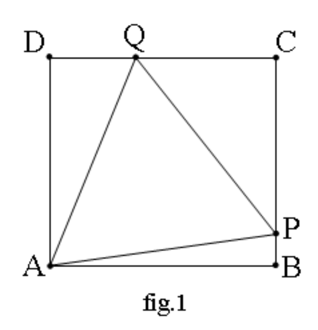


fig.1

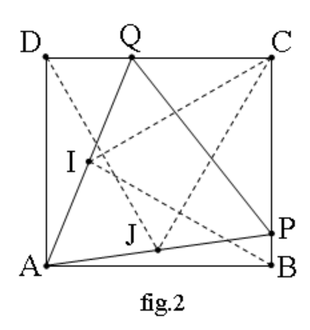


fig.2

2. Le travail demandé au candidat

En aucun cas, le candidat ne doit rédiger sur sa fiche sa solution de l'exercice. Celle-ci pourra néanmoins lui être demandée partiellement ou en totalité lors de l'entretien avec le jury

Pendant sa préparation, le candidat traitera les questions suivantes :

$Q.1$) Dégagez les méthodes et outils nécessaires à la résolution de cet exercice.

$Q.2$) En utilisant l'environnement de géométrie dynamique de la calculatrice, construire le rectangle $ABCD$ et le triangle équilatéral APQ (quand il existe). Animer la figure de façon à voir les conditions limites entre lesquelles le problème posé admet une solution.

Sur ses fiches, le candidat rédigera et présentera :

- Sa réponse à la question $Q.1$).
- Un ou deux énoncés d'exercices se rapportant au thème « **Géométrie : nombres complexes** ».

3. Quelques références aux programmes

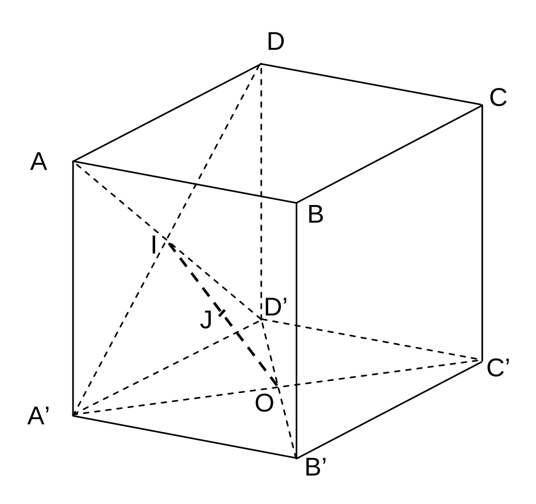
Classe de Term S (enseignement obligatoire).

Contenus	**Modalités de mise en oeuvre**	**Commentaires**
Géométrie plane : nombres complexes		
Le plan complexe : affixe d'un point ; parties réelle et imaginaire d'un nombre complexe. Conjugué d'un nombre complexe. Somme, produit, quotient de nombres complexes.	Le vocabulaire sera introduit à partir de considérations géométriques.	La vision des nombres complexes est d'abord géométrique : calculs sur des points du plan. Les repérages cartésien et polaire introduits en première conduisent naturellement à deux écritures d'un nombre complexe.
Module et argument d'un nombre complexe ; module et argument d'un produit, d'un quotient. Écriture $\mathrm{e}^{i\theta} = \cos\theta + i\sin\theta$. Résolution dans $\mathbb{C}$ des équations du second degré à coefficients réels.	On retrouvera à cette occasion la notion de coordonnées polaires et celle, sous -jacente, d'équation paramétrique d'un cercle (sous la forme $z = z_\omega + r\mathrm{e}^{i\theta}$ ou $x = x_\omega + r\cos\theta, y = y_\omega + r\sin\theta$). La notation exponentielle sera introduite après avoir montré que la fonction $\theta \mapsto \cos\theta + i\sin\theta$ vérifie l'équation fonctionnelle caractéristique des fonctions exponentielles.	L'objectif est ensuite de montrer la puissance de ce calcul dans les problèmes de géométrie. On introduira dans ce chapitre quelques éléments lui donnant une dimension historique. Les nombres complexes permettent de retrouver et de mémoriser les formules trigonométriques d'addition et de duplication vues en première.
Interprétation géométrique de $z \mapsto z'$ avec $z' = z + b$ ou $z' - w = k(z - w)$ avec k réel non nul, ou $z' - w = \mathrm{e}^{i\theta}(z - w)$.	On utilisera les nombres complexes pour traiter des exemples simples de configurations et résoudre des problèmes faisant intervenir des translations, des rotations, des homothéties.	On exploitera à la fois les possibilités offertes par les nombres complexes et les raisonnements géométriques directs qui réactivent les connaissances antérieures, notamment sur les transf^{ns} du plan.

Thème : Problèmes de calculs de grandeurs
Calculs de longueurs, d'aires et de volumes

1. L'exercice proposé au candidat

$ABCDA'B'C'D'$ est un cube de côté 4 cm, I et O sont les centres respectifs des carrés $ADD'A'$ et $A'B'C'D'$.



1) Construire le triangle $A'C'D$ en vraie grandeur.
2) a) Montrer que OCC' est rectangle en C'.
   b) Calculer OC.
3) Calculer IC.
4) Soit J le milieu de $[OI]$. Calculer CJ puis $A'J$ puis $A'C$.
5) a) Les points A', J et C sont-ils alignés ?
   b) Quelle est la position relative de la droite (OI) et du plan $(A'JC)$?
6) Déterminer le volume de la pyramide $OD'A'BC$.

2. Le travail demandé au candidat

En aucun cas, le candidat ne doit rédiger sur sa fiche sa solution de l'exercice. Celle-ci pourra néanmoins lui être demandée partiellement ou en totalité lors de l'entretien avec le jury

Pendant sa préparation, le candidat traitera les questions suivantes :

$Q.1$) Dégager les savoirs mis en jeu dans la résolution de l'exercice.

$Q.2$) Construire un énoncé démontrant que les points A', J et C ne sont pas alignés en utilisant les théorèmes d'incidence de seconde.

Sur ses fiches, le candidat rédigera et présentera :

- Sa réponse à la question $Q.2$).
- deux énoncés d'exercices, variés par le niveau concerné et la méthode de résolution utilisée, se rapportant au thème : «**Problèmes de calculs de grandeurs : Calculs de longueurs, d'aires et de volumes**»

3. Quelques références aux programmes

Programme de Quatrième

Contenus	Compétences exigibles	Commentaires
4. Pyramide et cône de révolution	Calculer le volume d'une pyramide et d'un cône de révolution à l'aide de la formule $V = Bh/3$.	L'objectif est toujours d'apprendre à voir dans l'espace et de calculer des longueurs, des aires et des volumes, ce qui implique un large usage des représentations en perspective et la fabrication de patrons. Ces travaux permettront de consolider les images mentales relatives à des situations de parallélisme et d'orthogonalité. La recherche de l'aire latérale d'un cône de révolution peut être une activité de mise en œuvre de la proportionnalité. On pourra, à l'aide des formules d'aires ou de volumes, étudier les variations d'une grandeur en fonction d'une autre.

Programme de Troisième

Contenus	Compétences exigibles	Commentaires
1. Géométrie dans l'espace Problèmes de sections planes de solides	Connaître la nature des sections du cube, du parallélépipède rectangle par un plan parallèle à une face, à une arête. Connaître la nature des sections du cylindre de révolution par un plan parallèle ou perpendiculaire à son axe. Représenter et déterminer les sections d'un cône de révolution et d'une pyramide par un plan parallèle à la base.	Des manipulations préalables (sections de solides en polystyrène par exemple) permettent de conjecturer ou d'illustrer la nature des sections planes étudiées. Ce sera une occasion de faire des calculs de longueur et d'utiliser les propriétés rencontrées dans d'autres rubriques ou les années antérieures. A propos de pyramides, les activités se limiteront à celles dont la hauteur est une arête latérale et aux pyramides régulières qui permettent de retrouver les polygones étudiés par ailleurs.

Programme de Troisième (suite)

Contenus	Compétences exigibles	Commentaires
2. Triangle rectangle : relations trigonométriques, distance de deux points dans un repère orthonormé du plan	Connaître et utiliser dans le triangle rectangle les relations entre le cosinus, le sinus ou la tangente d'un angle aigu et les longueurs de deux côtés du triangle. Utiliser la calculatrice pour déterminer des valeurs approchées : - du sinus, du cosinus et de la tangente d'un angle aigu donné, - de l'angle aigu dont on connaît le sinus, le cosinus ou la tangente. Le plan étant muni d'un repère orthonormé, calculer la distance de deux points dont on donne les coordonnés.	La définition du cosinus a été vue en quatrième. Le sinus et la tangente d'un angle aigu seront introduits comme rapports de longueurs ou à l'aide du quart de cercle trigonométrique. On établira les formules $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$ et $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$. On n'utilisera pas d'autre unité que le degré décimal. Le calcul de la distance de deux points se fera en référence au théorème de Pythagore, de façon à visualiser ce que représentent différence des abscisses et différence des ordonnées.
3. Propriété de Thalès	Connaître et utiliser dans une situation donnée les deux théorèmes suivants : - Soient d et d' deux droites sécantes en A. Soient B et M deux points de d, distincts de A. Soient C et N deux points de d', distincts de A. Si les droites (BC) et (MN) sont parallèles, alors $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$. - Soient d et d' deux droites sécantes en A. Soient B et M deux points de d, distincts de A. Soient C et N deux points de d', distincts de A. Si $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$ et si les points A, B, M et les points A, C, N sont dans le même ordre, alors les droites (BC) et (MN) sont parallèles.	Il s'agit d'un prolongement de l'étude faite en classe de quatrième. L'étude de la propriété de Thalès est l'occasion de traiter des situations de proportionnalité dans le cadre géométrique du plan et de l'espace. La réciproque est formulée en tenant compte de l'ordre relatif des points sur chaque droite. L'utilisation d'un logiciel de construction géométrique peut permettre de créer des situations reliées au théorème de Thalès, notamment lors des activités d'approche de la propriété par la mise en évidence de la conservation des rapports. Le travail de construction de points définis par des rapports de longueurs permet de mettre en évidence l'importance de la position relative de ces points sur la droite. On sintéressera particulièrement au problème suivant : étant donnés deux points A et B, construire les points C de la droite (AB) sachant que le rapport $\frac{CA}{CB}$ a une valeur donnée sous forme de quotients d'entiers.

Programme de Seconde

Contenus	Capacités attendues	Commentaires
Géométrie dans l'espace. Positions relatives de droites et de plans : règles d'incidence. Orthogonalité d'une droite et d'un plan.	Manipuler, construire, représenter des solides. Effectuer des calculs simples de longueur, aire ou volume. Connaître les positions relatives de droites et de plans dans l'espace.	On mettra en oeuvre les capacités attendues sur un ou deux exemples : construction d'un patron, représentation en perspective cavalière, dessin avec un logiciel de construction géométrique, calcul de longueurs, d'aires ou de volumes.
Triangles isométriques, triangles de même forme.	Reconnaître des triangles isométriques. Reconnaître des triangles de même forme. Résoudre des problèmes mettant en jeu formes et aires.	A partir de la construction d'un triangle caractérisé par certains de ses côtés ou de ses angles, on introduira la notion de triangles isométriques. On pourra observer que deux triangles isométriques le sont directement ou non. On pourra utiliser la définition suivante : « deux triangles ont la même forme si les angles de l'un sont égaux aux angles de l'autre »(il s'agira donc de triangles semblables). On caractérisera ensuite, grâce au théorème de Thalès, deux triangles de même forme par l'existence d'un coefficient d'agrandissement/réduction. Rapport entre les aires de deux triangles de même forme. Pour des formes courantes (équilatéral, demi-carré, demi-équilatéral), on fera le lien avec les sinus et cosinus des angles remarquables. On s'interrogera, à partir de décompositions en triangles, sur la notion de forme pour d'autres figures de base (rectangle, quadrilatère quelconque,...).

Thème : Fonctions
Etude de recherche d'extremum et d'optimisation

1. L'exercice proposé au candidat

1) Pour tout réel α de $]0,2[$, on considère la fonction $x \mapsto g_\alpha(x) = \sqrt{1-x^2}+\sqrt{1-(x+\alpha)^2}$.

   a) Déterminer l'ensemble de définition $\mathcal{D}_\alpha$ de g_α.
   Montrer que la courbe représentative de g_α possède un axe de symétrie vertical.

   b) Montrer que pour tout x de $\mathcal{D}_\alpha$, on a $g''_\alpha(x) < 0$.
   En déduire que g_α admet un unique maximum en $x_0 = -\frac{\alpha}{2}$.

2) En utilisant g_α, montrer que l'aire maximale d'un trapèze de hauteur α (avec $0 < \alpha < 2$) inscrit dans un cercle de rayon 1 est égale à $\alpha\sqrt{4-\alpha^2}$ (en unités d'aire).

2. Le travail demandé au candidat

En aucun cas, le candidat ne doit rédiger sur sa fiche sa solution de l'exercice.
Celle-ci pourra néanmoins lui être demandée partiellement ou en totalité lors de l'entretien avec le jury

Pendant sa préparation, le candidat traitera la question suivante :

Q.1) Dégager les méthodes et les savoirs mis en jeu dans l'exercice.

Q.2) Utiliser la calculatrice pour vérifier les résultats des questions 1 et 2 (sans que cela se substitue aux calculs « à la main »).

Q.3) Quelle suite pourriez-vous donner à la question 2) ?

Sur ses fiches, le candidat rédigera et présentera :

– Sa réponse à la question *Q*.3).
– Deux exercices sur thème « **problèmes d'optimisation** ».

3. Quelques références aux programmes

Classe de Première S

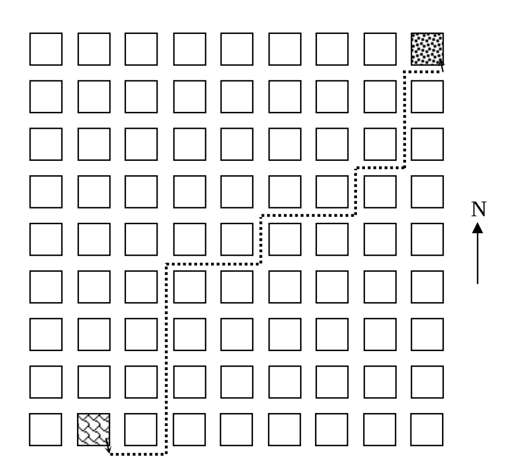
Contenus	**Modalités de mise en oeuvre**	**Commentaires**
Dérivation		
Approche cinématique ou graphique du concept de nombre dérivé d'une fonction en un point.	Plusieurs démarches sont possibles : passage de la vitesse moyenne à la vitesse instantanée pour des mouvements rectilignes suivant des lois horaires élémentaires (trinôme du second degré dans un premier temps) ; zooms successifs sur une représentation graphique obtenue à l'écran de la calculatrice.	On ne donnera pas de définition formelle de la notion de limite. Le vocabulaire et la notation relatifs aux limites seront introduits sur des exemples puis utilisés de façon intuitive.
Nombre dérivé d'une fonction en un point : définition comme limite de $\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$ quand h tend vers 0. Fonction dérivée.		Dans les cas usuels, la limite de $\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$ s'obtient,après transformation d'écriture, en invoquant des arguments très proches de l'intuition. On ne soulèvera aucune difficulté à leur propos et on admettra tous les résultats utiles.
Tangente à la courbe représentative d'une fonction f dérivable ; approximation affine associée de la fonction.	On construira point par point un ou deux exemples d'approximation de courbe intégrale définie par : $y' = f(t)$ et $y(t_0) = y_0$ en utilisant l'approximation $\Delta f \approx f'(a)\Delta t$.	
Dérivée des fonctions usuelles : $\mapsto x^n$, $x \mapsto \sqrt{x}$,$x \mapsto \cos x$ et $x \mapsto \sin x$. Dérivée d'une somme, d'un produit, d'un quotient et de $x \mapsto f(ax+b)$.	On justifiera le résultat donnant la dérivée de uv et $1/u$.	On pourra admettre les dérivées des fonctions sinus et cosinus.
Lien entre signe de la dérivée et variations.	On étudiera, sur quelques exemples, le sens de variation de fonctions polynômes de degré 2 ou 3, de fonctions homographiques ou de fonctions rationnelles très simples. On introduira les notions et le vocabulaire usuels (extremum, majorant, minorant) et, de l'étude du sens de variations, on déduira des encadrements d'une fonction sur un intervalle.	On justifiera que la dérivée d'une fonction monotone sur un intervalle est de signe constant ; on admettra la réciproque. L'étude de fonctions ne sera pas présentée comme une fin en soi, mais interviendra lors de la résolution de problèmes.

Thème : Techniques de dénombrement

1. L'exercice proposé au candidat

Un homme travaille à Manhattan, dans un quartier où les avenues sont orientées nord-sud et les rues est-ouest. Il travaille à sept pâtés de maison à l'est et huit pâtés de maison au nord de son domicile. Pour aller à son travail chaque jour il parcourt donc la longueur de quinze pâtés de maison (il ne se dirige ni au sud ni à l'ouest).

On suppose qu'il existe une voie le long de chaque pâté de maisons et qu'il peut prendre n'importe lesquelles dans ce schéma rectangulaire. Le dessin ci-dessous illustre la situation ; un trajet a été représenté en pointillé.



1) Proposer un « codage » permettant de décrire le trajet représenté.
2) Combien de trajets différents l'homme peut-il emprunter ?
3) L'homme prétend que le nombre de trajets est aussi le nombre de suites de huit entiers naturels dont la somme est 8. A-t-il raison ?

2. Le travail demandé au candidat

En aucun cas, le candidat ne doit rédiger sur sa fiche sa solution de l'exercice. Celle-ci pourra néanmoins lui être demandée partiellement ou en totalité lors de l'entretien avec le jury

Pendant sa préparation, le candidat traitera la question suivante :

Q.1) À quel niveau pensez-vous pouvoir proposer cet exercice ? Quelles indications souhaiteriez-vous ajouter (questions intermédiaires, suggestion de représentations,...) ?

Q.2) La question 3) de l'exercice

Sur ses fiches, le candidat rédigera et présentera :

– Deux exercices sur le thème :« **Techniques de dénombrement** »

3. Quelques références aux programmes

Classe de Première STI,STL,SMS

Travaux pratiques

Exemples simples d'emplois de partitions et de représentations (arbres, tableaux...) pour organiser et dénombrer des données relatives à la description d'une expérience aléatoire.	L'étude des permutations, arrangements et combinaisons est hors programme. On s'attachera à étudier des situations permettant de bien saisir la démarche du calcul des probabilités, et non des exemples comportant des difficultés techniques de dénombrement.

Classe de Terminale STI, STL, SMS

Travaux pratiques

Exemples d'emploi de partitions et de représentations (arbres, tableaux...) pour organiser et dénombrer des données relatives à la description d'une expérience aléatoire.	L'étude du dénombrement des permutations, arrangements et combinaisons est hors programme.

Classe de Terminale S

Contenus	**Modalités de mise en œuvre**	**Commentaires**
Introduction des combinaisons, notées $\binom{n}{p}$ Formule du binôme	On introduira la notation $n!$. L'élève devra savoir retrouver les formules : $\binom{n}{p} = \binom{n-1}{p-1} + \binom{n-1}{p}$ $\binom{n}{p} = \binom{n}{n-p}$	Le symbole $\binom{n}{p}$ peut être désigné par la locution « p parmi n ». Pour les dénombrements intervenant dans les problèmes, on en restera à des situations élémentaires résolubles à l'aide d'arbres, de diagrammes ou de combinaisons.

Thème : Équations, inéquations du premier et du second degré à une inconnue où pouvant s'y ramener

1. L'exercice proposé au candidat

Elio et Nora s'arrêtent au magasin du coin de la rue et composent chacun un assortiment de friandises comportant des bonbons et des chewing-gums.

Les deux enfants se servent le même nombre de bonbons et Elio prend deux fois plus de chewing-gums que Nora. Un bonbon coûte 6 centimes d'euro, un chewing-gum 12 centimes d'euro et la poche de Nora 1,20 euro. Elio a mis 20 friandises dans sa poche.

1) Combien Nora a-t-elle mis de bonbons dans sa poche ?

2) Peut-on déterminer le nombre de chewing-gums achetés par Nora ?

2. Le travail demandé au candidat

En aucun cas, le candidat ne doit rédiger sur sa fiche sa solution de l'exercice. Celle-ci pourra néanmoins lui être demandée partiellement ou en totalité lors de l'entretien avec le Jury

Pendant sa préparation, le candidat traitera les questions suivantes :

Q.1) Dégager les diverses étapes de la résolution de cet exercice.

Q.2) Indiquer les connaissances et savoir-faire mis en jeu ainsi que les objectifs d'apprentissage visés dans cet exercice.

Q.3) Le nombre de solutions d'un problème se ramenant à la résolution d'une équation du premier ou du second degré à une inconnue est-il dépendant du choix de cette inconnue lorsque plusieurs possibilités sont envisageables ?

Sur ses fiches, le candidat rédigera et présentera :

(i) sa réponse à la question Q.2)

(ii) l'énoncé d'exercices se rapportant au thème «**Équations, inéquations du premier et du second degré à une inconnue où pouvant s'y ramener** ».

3. Quelques références aux programmes

Programmes du cycle central

Contenus	Modalités de mise en œuvre	Commentaires
En cinquième **4.Initiation à la résolution d'équations**	Trouver,dans des situations numériques simples, le nombre par lequel diviser un nombre donné pour obtenir un résultat donné. Tester si une égalité comportant un ou deux nombres indéterminés est vraie lorsqu'on leur attribue des valeurs numériques données.	Le travail sur cette compétence étend au cas de la division l'initiation à la résolution d'équations, entreprise en 6eme. Désigner par une lettre le nombre inconnu peut ici se révéler pertinent. Les programmes prévoient une initiation très progressive à la résolution d'équations, de manière à éviter l'écueil connu d'apprentissages aboutissant à la mise en œuvre dalgorithmes dépourvus de véritable sens. La classe de 5eme correspond à une étape importante dans l'acquisition du sens, avec la présentation d'égalités vues comme des assertions dont la vérité est à examiner. Par exemple, dans l'étude d'une situation conduisant à une égalité telle que 3y= 4x + 2, on sera amené à en tester la véracité pour diverses valeurs de x et y. Les expressions qui figurent de part et d'autre du signe d'égalité jouent ici le même rôle. On travaillera aussi avec des inégalités dans des cas simples, sans pour autant que cette activité donne lieu à des compétences exigibles.
En quatrième **Résolution de problèmes conduisant à des équations du premier degré à une inconnue**	Mettre en équation et résoudre un problème conduisant à une équation du premier degré à une inconnue.	Les problèmes issus d'autres parties du programme conduisent à l'introduction d'équations et à leur résolution. On dégagera chaque fois sur des problèmes particuliers les différentes étapes du travail : mise en équation, résolution de l'équation et interprétation du résultat. Tous les problèmes aboutissant à des équations produits, du type $(x-2)(2x-3)=0$, sont hors programme.

Programmes de Troisième

Contenus	**Modalités de mise en œuvre**	**Commentaires**
Inéquation du premier degré à une inconnue.	Résoudre une inéquation du premier degré à une inconnue à coefficients numériques. Représenter ses solutions sur une droite graduée.	
Résolution de problèmes du premier degré ou s'y ramenant.	Résoudre une équation mise sous la forme $A \times B = 0$, où A et B désignent deux expressions du premier degré de la même variable. Mettre en équation et résoudre un problème conduisant àune équation, une inéquation ou un système de deux équations du premier degré.	L'étude du signe d'un produit ou d'un quotient de deux expressions du premier degré est, elle, hors programme. Les problèmes sont issus des différentes parties du programme. Comme en classe de quatrième, on dégagera à chaque fois les différentes étapes du travail : mise en équation, résolution de l'équation et interprétation du résultat.

Programmes de Seconde

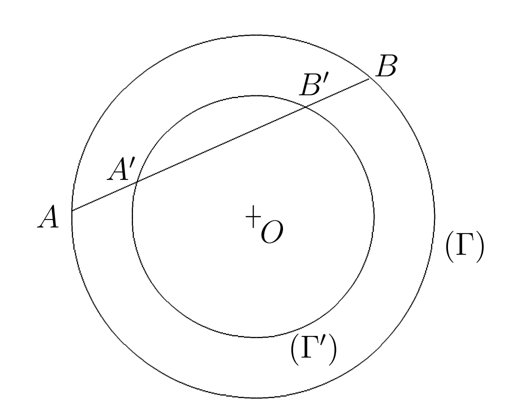
Contenus	**Modalités de mise en œuvre**	**Commentaires**
Mise en équation ; résolution algébrique, résolution graphique d'équations et d'inéquations.	Résoudre une équation ou une inéquation se ramenant au premier degré. Utiliser un tableau de signes pour résoudre une inéquation ou déterminer le signe d'une fonction. Résoudre graphiquement des équations ou inéquations du type : $f(x) = k$, $f(x) < k$, $f(x) = g(x)$, $f(x) < g(x)$ ...	Pour un même problème, on combinera les apports des modes de résolution graphique et algébrique. On précisera les avantages et les limites de ces différents modes de résolution. On pourra utiliser les graphiques des fonctions de référence et leurs positions relatives. On ne s'interdira pas de donner un ou deux exemples de problèmes conduisant à une équation qu'on ne sait pas résoudre algébriquement et dont on cherchera des solutions approchées.

Programmes de Première S

Contenus	**Modalités de mise en œuvre**	**Commentaires**
Résolution de l'équation du second degré. **Étude du signe d'un trinôme.**	On aboutira ici aux formules usuelles donnant les racines et la forme factorisée d'un trinôme du second degré.	On fera le lien entre les résultats et l'observation des représentations graphiques obtenues à l'aide d'un grapheur.

Thème : Problèmes de constructions
Constructions à l'aide de transformations

1. L'exercice proposé au candidat



Dans cet exercice on considère deux cercles concentriques (Γ) et (Γ'), de rayons respectifs r et r' avec $r > r'$ (figure ci-contre).
Le but de l'exercice est la construction d'une corde $[AB]$ de (Γ), coupant (Γ') en deux points A' et B', telle que :

$$AA' = A'B' = B'B$$

1) a) Justifier que le point A peut être choisi arbitrairement sur (Γ).
   b) Montrer que, pour toute corde $[AB]$ de (Γ) coupant (Γ') en deux points A' et B', on a $AA' = BB'$.
2) On fixe un point A sur (Γ) et on note (Γ_1) l'image de (Γ) par l'homothétie h de centre A et de rapport $\dfrac{1}{3}$.
   a) Montrer que, si une corde solution du problème existe, alors $A' \in (\Gamma_1) \cap (\Gamma')$.
   b) En déduire le nombre de cordes convenables menées de A (on discutera suivant les valeurs du rapport $\dfrac{r'}{r}$).

2. Le travail demandé au candidat

En aucun cas, le candidat ne doit rédiger sur sa fiche sa solution de l'exercice. Celle-ci pourra néanmoins lui être demandée partiellement ou en totalité lors de l'entretien avec le Jury

Pendant sa préparation, le candidat traitera les questions suivantes :

Q.1) Dégager les méthodes utilisées dans cet exercice.

Q.2) Construire la figure de l'énoncé à l'aide du module de géométrie d'une calculatrice et indiquer des utilisations possibles de cette construction avec des élèves.

Sur ses fiches, le candidat rédigera et présentera :

Deux exercices sur le thème : « **Problème de construction : Construction à l'aide de transformations** », dont l'un, au moins, utilisera une autre transformation que celle utilisée dans l'exercice proposé.

3. Quelques références aux programmes

Programme de Seconde

Contenus	**Modalités de mise en œuvre**	**Commentaires**
Les configurations du plan	Utiliser, pour résoudre des problèmes, les configurations et les transformations étudiées en collège, en argumentant à l'aide de propriétés identifiées.	Les problèmes seront choisis de façon -à inciter à la diversité des points de vue, dans un cadre théorique volontairement limité, -à poursuivre l'apprentissage d'une démarche déductive, -à conduire vers la maîtrise d'un vocabulaire logique adapté (implication, équivalence, réciproque).

Programme de Première S

Contenus	**Modalités de mise en œuvre**	**Commentaires**
Transformations Translations et homothéties dans le plan et l'espace : définitions ; image d'un couple de points ; effet sur l'alignement,le barycentre, les angles orientés, les longueurs, les aires et les volumes ; image d'une figure (segment,droite, cercle).	Toutes les transformations connues seront utilisées dans l'étude des configurations, pour la détermination de lieux géométriques et dans la recherche de problèmes de construction, en particulier au travers des logiciels de géométrie.	Les transformations planes abordées en collège (translation, symétrie axiale, rotation) n'ont pas à faire l'objet d'un chapitre particulier.
Lieux géométriques dans le plan.	 Les logiciels de géométrie dynamique seront utilisés pour visualiser certains lieux. On choisira quelques exemples mettant en évidence la diversité des méthodes de recherche (propriétés des configurations, vecteurs, produit scalaire, transformations, géométrie analytique). On veillera à traiter des cas nécessitant de démontrer une double inclusion.	La problématique des lieux géométriques sera présente dans tous les paragraphes de géométrie. Elle ne fera pas l'objet d'un chapitre indépendant. Il s'agit de ne pas s'en tenir à une simple observation mais de mobiliser les connaissances pour établir mathématiquement diverses caractéristiques géométriques. On s'appuiera, le cas échéant, sur le caractère bijectif des transformations ou sur une démarche d'analyse-synthèse.

Programme de Terminale S

Contenus	**Modalités de mise en œuvre**	**Commentaires**
Géométrie plane : nombres complexes		
Interprétation géométrique de $z \mapsto z'$ avec $z' = z + b$ ou $z' - w = k(z - w)$ avec k réel non nul, ou $z' - w = \mathrm{e}^{i\theta}(z - w)$.	On utilisera les nombres complexes pour traiter des exemples simples de configurations et résoudre des problèmes faisant intervenir des translations, des rotations, des homothéties.	On exploitera à la fois les possibilités offertes par les nombres complexes et les raisonnements géométriques directs qui réactivent les connaissances antérieures, notamment sur les transformations du plan.

Thème : Outils
Le calcul vectoriel et la géométrie analytique

1. L'exercice proposé au candidat

On considère dans le plan P rapporté à un repère orthonormal $\left(O; \vec{\imath}; \vec{\jmath}\right)$ le cercle Γ de centre O et de rayon 1.
Soit A le point de coordonnées $(1; 0)$ et soit A' le point de coordonnées $(-1; 0)$.

1) Pour tout point H du segment $[AA']$, distinct de A et A', on mène la perpendiculaire Δ à la droite (AA'). La droite Δ coupe le cercle Γ en M et M'. On pose $\overrightarrow{OH} = x\ \vec{i}$. Calculer, en fonction de x, l'aire du triangle AMM'.
2) Soit f la fonction numérique définie sur $[-1; 1]$ par $f(x) = (1-x)\sqrt{1-x^2}$. Dresser le tableau de variation de f.
3) Montrer que le triangle, AMM', d'aire maximale est équilatéral.

2. Le travail demandé au candidat

En aucun cas, le candidat ne doit rédiger sur sa fiche sa solution de l'exercice. Celle-ci pourra néanmoins lui être demandée partiellement ou en totalité lors de l'entretien avec le jury

Pendant sa préparation, le candidat traitera les questions suivantes :

Q.1) Dégager les méthodes et les théorèmes utilisés dans cet exercice.

Q.2) Construire, à l'aide du module de géométrie d'une calculatrice, la figure proposée et conjecturer à l'aide de cette figure le résultat attendu.

Sur ses fiches, le candidat rédigera et présentera :

Deux exercices sur le thème : « **Le calcul vectoriel et la géométrie analytique.** »

3. Quelques références aux programmes

Classe de Première S.

GÉOMÉTRIE

Les notions de géométrie sont présentées par ordre de sophistication croissante : d'abord les figures considérées en elles-mêmes, puis la géométrie analytique ordinaire, suivie par l'approche vectorielle et enfin les transformations. Mais cette succession ne s'impose pas pour l'enseignement. Qui plus est, le choix d'une méthode appropriée à chaque problème fait partie de l'apprentissage de la géométrie. Le repérage polaire dans le plan et le repérage cartésien dans l'espace offrent de nouvelles perspectives à la perception et à la description de certains objets. L'étude de configurations du plan et de l'espace est une partie importante du programme : étude statique à l'aide du calcul vectoriel ou de la géométrie analytique, étude dynamique à l'aide des transformations. Enfin la géométrie élémentaire est une école de pensée : on veillera à allier observations (à l'aide de logiciels de géométrie dynamique notamment) et mise en évidence des démarches et des propriétés des objets étudiés permettant de confirmer ou d'infirmer ces observations ; on prendra soin aussi de construire des îlots déductifs consistants et d'aborder divers types de raisonnements formateurs ; on incitera à la réflexion sur différents niveaux d'explicitation d'une démonstration. L'usage des logiciels de géométrie oblige à bien repérer ce qu'on choisit de démontrer : faire un tel choix et l'expliciter est un élément important d'une formation scientifique.

Contenus	**Modalités de mise en œuvre**	**Commentaires**
Géométrie vectorielle Calcul vectoriel dans l'espace.	On étendra à l'espace les opérations sur les vecteurs du plan. On introduira la notion de vecteurs coplanaires.	
[...]		
Produit scalaire dans le plan ; définition, propriétés.	Propriétés de bilinéarité, de symétrie et expression analytique dans un repère orthonormal.	On n'étendra pas le produit scalaire à l'espace. On pourra faire le lien avec le travail d'une force.
Applications du produit scalaire : projeté orthogonal d'un vecteur sur un axe ; calculs de longueurs.	Équation d'une droite à l'aide d'un vecteur normal, équation d'un cercle défini par son centre et son rayon ou par son diamètre. Calculs d'angles, de longueurs et d'aires sur des figures planes en liaison avec le produit scalaire ; on établira et utilisera la formule dite d'Al Kashi, le théorème de la médiane et les formules d'addition et de duplication pour les fonctions cosinus et sinus.	Pour certains exercices, il pourra être utile de disposer des formules reliant les sinus des angles, les côtés et l'aire d'un triangle.

Classe de Terminale S

II. 2 Géométrie

L'objectif de ce paragraphe est d'entretenir la pratique des objets usuels du plan et de l'espace et de fournir quelques notions nouvelles permettant de parfaire l'approche entreprise dans les classes antérieures sur la géométrie vectorielle ou repérée. Dans le prolongement du repérage polaire introduit en première, les nombres complexes, outre leur intérêt historique, algébrique et interdisciplinaire pour la poursuite des études, fournissent un outil efficace dans les problèmes faisant intervenir les transformations planes. L'extension à l'espace du produit scalaire permet de résoudre de nouveaux problèmes et, de ce fait, d'approfondir la vision de l'espace.

Bien que, comme dans les programmes antérieurs, le libellé de cette partie soit relativement concis, on prendra le temps de mettre en œuvre toutes les connaissances de géométrie de l'ensemble du cursus scolaire pour l'étude de configurations du plan ou de l'espace, le calcul de distances, d'angles, d'aires et de volumes, etc. Ces travaux seront répartis tout au long de l'année afin que les élèves acquièrent une certaine familiarité avec le domaine géométrique ; on privilégiera les problèmes dont les procédés de résolution peuvent avoir valeur de méthode et on entraînera les élèves à choisir l'outil de résolution le plus pertinent parmi ceux dont ils disposent (propriétés des configurations, calcul vectoriel, calcul barycentrique, transformations, nombres complexes, géométrie analytique).

Thème : Outils
Le calcul vectoriel et la géométrie analytique

1. L'exercice proposé au candidat

L'espace $\mathscr{E}$ est rapporté à un repère orthonormal $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. On considère l'ensemble $(\mathscr{S})$ défini par :

$$\mathscr{S} = \left\{M(x, y, z) \in \mathscr{E};\ \ x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2z + 1 = 0\right\}$$

1) Montrer que $(\mathscr{S})$ est une sphère dont on donnera le centre et le rayon.
2) Montrer que le point $A(2, 2, -1)$ appartient à $(\mathscr{S})$ et déterminer une équation cartésienne du plan $(\mathscr{P}_1)$ tangent à $(\mathscr{S})$ au point A.
3) a) Montrer que le plan $(\mathscr{P}_2)$ d'équation $x + y - z - 1 = 0$ coupe $(\mathscr{S})$.
   b) Déterminer le rayon du cercle $(\mathscr{C})$ intersection de $(\mathscr{P}_2)$ et $(\mathscr{S})$.
   c) Déterminer les coordonnées du point Ω centre de $(\mathscr{C})$.

2. Le travail demandé au candidat

En aucun cas, le candidat ne doit rédiger sur sa fiche sa solution de l'exercice. Celle-ci pourra néanmoins lui être demandée partiellement ou en totalité lors de l'entretien avec le jury

Pendant sa préparation, le candidat traitera les questions suivantes :

Q.1) Enoncer les théorèmes et les outils mis en jeu dans l'exercice.

Q.2) Rédiger un énoncé détaillé pour aider un élève de Terminale S à faire la question 3) c).

Sur ses fiches, le candidat rédigera et présentera :

– Sa réponse à la question Q.2).
– Les énoncés de deux exercices de géométrie analytique dont l'un au moins permet de résoudre un problème posé dans l'espace.

3. Quelques références aux programmes

Programme de Première S

Contenus	Modalités de mise en œuvre	Commentaires
Repérage Repérage cartésien dans l'espace. Distance entre deux points en repère orthonormal.	En particulier, équation de quelques objets de l'espace : plans parallèles aux plans de coordonnées ; sphère centrée à l'origine, cône de sommet l'origine et cylindre, chacun ayant pour axe l'un des axes du repère.	Il s'agit ici de rendre familiers quelques objets usuels .
Géométrie vectorielle Calcul vectoriel dans l'espace. [..] Produit scalaire dans le plan ; définition, propriétés. Applications du produit scalaire : projeté orthogonal d'un vecteur sur un axe ; calculs de longueurs.	On étendra à l'espace les opérations sur les vecteurs du plan. On introduira la notion de vecteurs coplanaires. [..] Propriétés de bilinéarité, de symétrie et expression analytique dans un repère orthonormal. Équation d'une droite à l'aide d'un vecteur normal, équation d'un cercle défini par son centre et son rayon ou par son diamètre.	On n'étendra pas le produit scalaire à l'espace. On pourra faire le lien avec le travail d'une force.

Programme de Terminale S

Contenus	**Modalités de mise en œuvre**	**Commentaires**
Produit scalaire dans l'espace Rappels sur le produit scalaire dans le plan. Définition du produit scalaire de deux vecteurs dans l'espace. Propriétés, expression en repère orthonormal.	Expression en repère orthonormal de la distance d'un point à une droite dans le plan. Plan orthogonal à un vecteur passant par un point. Equation cartésienne en repère orthonormal. Expression de la distance à un plan. Inéquation définissant un demi-espace.	On généralisera aux vecteurs de l'espace la définition du produit scalaire donnée dans le plan ; à cette occasion, on présentera la projection orthogonale sur une droite ou sur un plan.
Droites et plans dans l'espace. Représentation paramétrique d'une droite de l'espace. Intersection de deux plans, d'une droite et d'un plan, de trois plans. Discussion géométrique ; discussion algébrique.	On fera clairement apparaître que les problèmes géométriques considérés ici sont aussi l'étude des systèmes d'équations linéaires, que l'on résoudra algébriquement. On traitera aussi quelques situations numériques (issues de l'analyse, de situations économiques ou autres) s'y ramenant.	Les élèves doivent aussi savoir qu'une droite de l'espace peut être représentée par un système de deux équations linéaires.

Thème : Probabilités conditionnelles

1. L'exercice proposé au candidat

On considère un carré $ABCD$ et son centre de gravité Ω. On note $\mathcal{E} = \{A, B, C, D, \Omega\}$.

Une puce se déplace aléatoirement en sautant d'un point de $\mathcal{E}$ à un autre. La seule contrainte est que si un saut relie deux sommets du carré, ceux-ci doivent être adjacents. À chaque saut, tous les déplacements possibles sont équiprobables. La puce ne reste pas deux fois de suite au même endroit.

Au départ (c'est-à-dire avant son premier saut) elle se trouve au point Ω.

Pour tout n de $\mathbb{N}$, on note Ω_n l'événement « *la puce se trouve au point* Ω *à l'issue de son* n*-ième saut* ».

On définit de même les événements A_n, B_n, C_n, D_n. On notera $p_n = p(\Omega_n)$ (donc $p_0 = 1$).

1) Calculer p_1 et p_2.

2) Pour tout n de $\mathbb{N}$, justifier les égalités $p(A_n) = p(B_n) = p(C_n) = p(D_n) = \dfrac{1}{4}(1 - p_n)$.

3) Montrer que $p_{n+1} = \dfrac{1}{3}(1 - p_n)$ pour tout n de $\mathbb{N}$ (utiliser la formule des probabilités totales).

4) En déduire que pour tout n on a $p_n = \dfrac{1}{4} + \dfrac{3}{4}\left(-\dfrac{1}{3}\right)^n$ puis $\lim\limits_{n \to +\infty} p_n = \dfrac{1}{4}$.

2. Le travail demandé au candidat

En aucun cas, le candidat ne doit rédiger sur sa fiche sa solution de l'exercice. Celle-ci pourra néanmoins lui être demandée partiellement ou en totalité lors de l'entretien avec le jury

Pendant sa préparation, le candidat traitera les questions suivantes :

Q.1) Dégagez les méthodes et outils nécessaires à la résolution de cet exercice.

Q.2) Comment se généralise le problème si l'on remplace le carré $ABCD$ par un polygone à k sommets ?

Sur ses fiches, le candidat rédigera et présentera :

– Sa réponse à la question Q.2).

– Un ou deux exercices se rapportant au thème « **Probabilités conditionnelles** ».

3. Quelques références aux programmes

Classe de 1ère S. Probabilités.

Contenus	**Modalités de mise en oeuvre**	**Commentaires**
Probabilités		
Définition d'une loi de probabilité sur un ensemble fini. Espérance, variance, écart-type d'une loi de probabilité. Probabilité d'un événement, de la réunion et de l'intersection d'événements. Cas de l'équiprobabilité. Modélisation d'expériences aléatoires de référence (lancers d'un ou plusieurs dés ou pièces discernables ou non, tirage au hasard dans une urne, choix de chiffres au hasard, etc.).	Le lien entre loi de probabilité et distributions de fréquences sera éclairé par un énoncé vulgarisé de la loi des grands nombres. On expliquera ainsi la convergence des moyennes vers l'espérance et des variances empiriques vers les variances théoriques.	On pourra par exemple choisir comme énoncé vulgarisé de la loi des grands nombres la proposition suivante : Pour une expérience donnée, dans le modèle défini par une loi de probabilité P, les distributions des fréquences calculées sur des séries de taille n se rapprochent de P quand n devient grand.

Classe de Term ES. Enseignement obligatoire

Contenus	**Modalités**	**Commentaires**
Statistiques et probabilités		
Conditionnement et indépendance.	On justifiera la définition de la probabilité B sachant A, notée $P_A(B)$, par des calculs fréquentiels. On utilisera à bon escient les représentations telles que tableaux, arbres, diagrammes, etc., efficaces pour résoudre des problèmes de probabilités.	Un arbre de probabilité correctement construit constitue une preuve.
Conditionnement par un événement de probabilité non nulle puis indépendance de deux événements.		
Formule des probabilités totales.	On appliquera entre autre cette formule à la problématique des tests de dépistage.	Les élèves doivent savoir appliquer la formule des probabilités totales sans aide dans des cas simples.
Modélisation d'expériences indépendantes. Cas de la répétition d'expériences identiques et indépendantes.	On retravaillera les expériences de références vues en seconde et première (dés, pièces, urnes, etc.)	On conviendra, en conformité avec l'intuition, que pour des expériences indépendantes, la probabilité de la liste des résultats est le produit des probabilités de chaque résultat.

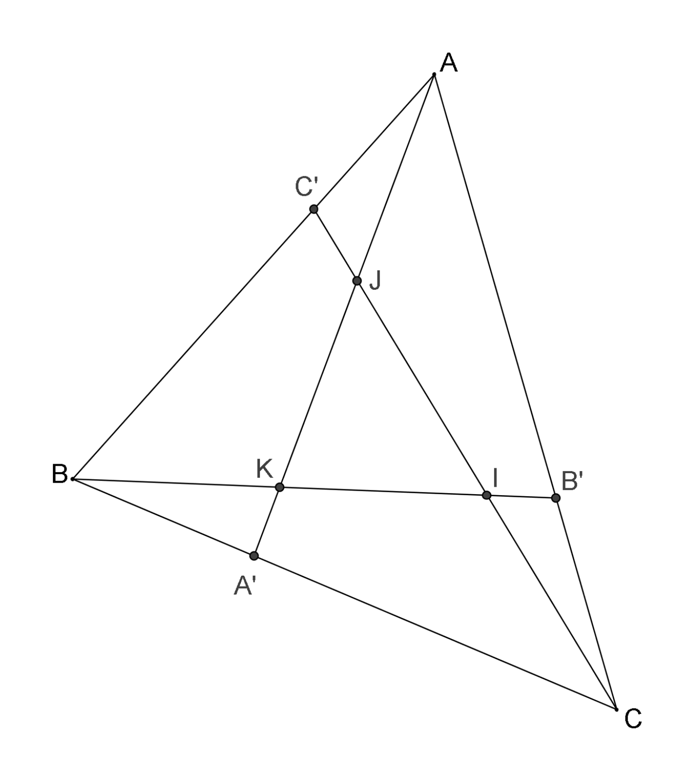
Classe de Term S. Enseignement obligatoire

Contenus	**Modalités de mise en oeuvre**	**Commentaires**
Conditionnement et indépendance		
Conditionnement par un événement de probabilité non nulle puis indépendance de deux événements.	On justifiera la définition de la probabilité de B sachant A, notée $P_A(B)$, par des calculs fréquentiels.	
Indépendance de deux variables aléatoires.	On utilisera à bon escient les représentations telles que tableaux, arbres, diagrammes... efficaces pour résoudre des problèmes de probabilités.	Un arbre de probabilité correctement construit constitue une preuve.
Formule des probabilités totales.	Application à la problématique des tests de dépistage en médecine et à la loi de l'équilibre génétique lors d'appariements au hasard.	Les élèves doivent savoir appliquer sans aide la formule des probabilités totales dans des cas simples
Suites et récurrence		
Raisonnement par récurrence. Suite monotone, majorée, minorée, bornée.	[...] On traitera quelques problèmes menant à l'étude de suites $u_{n+1} = au_n + b$.	Aucune notion théorique de rapidité de convergence n'est au programme.

Thème : Outils
Les barycentres

1. L'exercice proposé au candidat

Soit ABC un triangle du plan.
Les points A', B' et C' sont respectivement définis par $\overrightarrow{AC'} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BA'} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{CB'} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CA}$.
Les droites (AA') et (BB') se coupent en un point K, les droites (BB') et (CC') se coupent en un point I et les droites (AA') et (CC') en un point J.



1) Ecrire les points A', B' et C' comme barycentres des points A, B et C.
2) Montrer que le point I est barycentre de $(A, 2)$, $(B, 1)$ et $(C, 4)$.
3) Définir de même les points J et K comme barycentres des points A, B et C.
4) Montrer que les points I, J et K sont respectivement les milieux de $[CJ]$, $[AK]$, et $[BI]$.
5) En déduire une comparaison des aires des triangles BKJ, IJK, ABJ et AIJ et déterminer le rapport des aires des triangles ABC et IJK.

2. Le travail demandé au candidat

En aucun cas, le candidat ne doit rédiger sur sa fiche sa solution de l'exercice. Celle-ci pourra néanmoins lui être demandée partiellement ou en totalité lors de l'entretien avec le jury

Pendant sa préparation, le candidat traitera les questions suivantes :

$Q.1)$ Enoncer les propriétés des barycentres utilisées dans cet exercice.

$Q.2)$ Quelle réponse feriez-vous à un élève qui vous demanderait comment traiter la question 2) si les coefficients n'étaient pas fournis ?

Sur ses fiches, le candidat rédigera et présentera :

– Sa réponse à la question $Q.1)$.
– Les énoncés d'un ou plusieurs autres exercices, dans lesquels une étude barycentrique permet de mettre en évidence des propriétés géométriques, en variant les situations étudiées.

3. Quelques références aux programmes

Programme de Première S

Contenus	**Modalités de mise en œuvre**	**Commentaires**
Géométrie vectorielle Barycentre de quelques points pondérés dans le plan et l'espace. Associativité du barycentre.	On utilisera la notion de barycentre pour établir des alignements de points, des points de concours de droites.	La notion de barycentre, utile en physique et en statistique, illustre l'efficacité du calcul vectoriel. On évitera toute technicité.

Programme de Terminale S

Contenus	**Modalités de mise en œuvre**	**Commentaires**
Droites et plans de l'espace Caractérisation barycentrique d'une droite, d'un plan, d'un segment, d'un triangle.	On reprendra les problèmes d'alignement et de concours déjà abordés en classe de Première.	

Thème : Problèmes de constructions

1. L'exercice proposé au candidat

On considère deux droites parallèles d et δ et un point A n'appartenant ni à d ni à δ. Le but de l'exercice est de construire un triangle ABC rectangle isocèle en B tel que le point B appartienne à la droite d et que le point C appartienne à la droite δ .

1) Si une telle construction est réalisable, déterminer les similitudes directes de centre A qui transforment B en C.
2) Résoudre le problème posé. Combien y a-t-il de solutions ?
3) Reprendre l'exercice en supposant les droites d et δ sécantes.

2. Le travail demandé au candidat

En aucun cas, le candidat ne doit rédiger sur sa fiche sa solution de l'exercice. Celle-ci pourra néanmoins lui être demandée partiellement ou en totalité lors de l'entretien avec le jury

Pendant sa préparation, le candidat traitera les questions suivantes :

Q.1) Expliciter la démarche générale de résolution de ce problème.

Q.2) Quelles indications, ou questions supplémentaires ajouteriez-vous à l'énoncé pour le proposer à une classe ?

Q.3) Présenter à l'aide du module de géométrie dynamique de la calculatrice la figure comportant les solutions du problème lorsque les droites d et δ sont parallèles.

Sur ses fiches, le candidat rédigera et présentera :

– sa réponse à la question Q.2) ;
– l'énoncé d'un exercice se rapportant au thème : « **problèmes de construction** ».

3. Quelques références aux programmes

Programme de première scientifique

Contenus	**Modalités de mise en œuvre**	**Commentaires**
Transformations Translations et homothéties dans le plan et l'espace : définitions ; image d'un couple de points ; effet sur l'alignement, le barycentre, les angles orientés, les longueurs, les aires et les volumes ; image d'une figure (segment, droite, cercle).	Toutes les transformations connues seront utilisées dans l'étude des configurations, pour la détermination de lieux géométriques et dans la recherche de problèmes de construction, en particulier au travers des logiciels de géométrie.	Les transformations planes abordées en collège (translation, symétrie axiale, rotation) n'ont pas à faire l'objet d'un chapitre particulier.

Terminale scientifique (enseignement de spécialité)

Contenus	**Modalités de mise en œuvre**	**Commentaires**
Similitudes planes Définition géométrique. Cas des isométries. Caractérisation complexe : toute similitude a une écriture complexe de la forme $z \mapsto az+b$ ou $z \mapsto a\overline{z}+b$ (a non nul).	Les similitudes seront introduites comme transformations du plan conservant les rapports de distances. On fera remarquer que la réciproque d'une similitude est une similitude, que la composée de deux similitudes est une similitude et que, dans le cas général, la composition n'est pas commutative. On démontrera qu'une similitude ayant deux points fixes distincts est l'identité ou une symétrie axiale.	La définition générale sera illustrée d'une part avec les transformations étudiées antérieurement, d'autre part avec les transformations d'écriture complexe $z \mapsto az+b$ ou $z \mapsto a\overline{z}+b$; ces dernières seront amenées progressivement à travers des exemples. La caractérisation complexe est un moyen efficace d'établir la plupart des propriétés
Étude des similitudes directes :	Forme réduite d'une similitude directe. On démontrera la propriété suivante : étant donnés quatre points A, B, A', B' tels que $A \neq B$ et $A' \neq B'$, il existe une unique similitude directe transformant A en A' et B en B'.	
	Applications géométriques des similitudes à l'étude de configurations, la recherche de lieux et la résolution de problèmes de construction.	On fera le lien avec les triangles semblables ou isométriques introduits en classe de seconde.

Thème : La proportionnalité

1. L'exercice proposé au candidat

Pendant plusieurs siècles, on a utilisé et enseigné la règle de *fausse position*. L'encadré ci-dessous propose un extrait d'un ouvrage édité en 1784, consultable aujourd'hui sur le site de la Bibliothèque Nationale de France, expliquant cette règle.

LEÇONS
ÉLÉMENTAIRES
DE
MATHÉMATIQUES.
Par M. l'Abbé DE LA CAILLE, *de l'Académie Royale des Sciences, de celles de Pétersbourg, de Berlin, de Stockholm, de Gottingue, & de l'Institut de Bologne; Professeur de Mathématiques au Collége Mazarin.*

265. *La regle de fauſſe poſition* ſert à trouver un nombre inconnu par le moyen d'un nombre ſuppoſé. Soit propoſé, par exemple, de trouver un nombre dont la moitié, le quart & le cinquieme faſſent 456.
Je ſuppoſe que ce nombre eſt 20. Mais il eſt clair que la moitié, le quart & le cinquieme de 20 ne font que 19. Ma ſuppoſition eſt donc fauſſe. Elle n'en ſervira pas moins cependant à me faire connoître le nombre demandé. Car puiſque deux quantités ſont toujours entre elles comme leurs parties ſemblables (242), on peut les regarder l'une comme la ſomme des antécédents d'une ſuite de termes proportionels, l'autre comme la ſomme des conſéquents. Or ces deux ſommes ſont entre elles (241), comme un nombre quelconque d'antécédents eſt au même nombre de conſéquents, & réciproquement; donc la moitié plus le quart, plus le cinquieme de 20, ſont à la moitié, plus au quart, plus au cinquieme du nombre que je cherche, comme le nombre 20 lui-même eſt au nombre cherché. J'ai donc, 19 : 456 :: 20 : x = 480.

En utilisant la typographie actuelle

Proposition 265. La règle de fausse position sert à trouver un nombre inconnu par le moyen d'un nombre supposé. Soit proposé, par exemple, de trouver un nombre dont la moitié, le quart et le cinquième fassent 456.
Je suppose que ce nombre est 20. Mais il est clair que la moitié, le quart et le cinquième de 20 ne font que 19. ma supposition est donc fausse. Elle n'en servira pas moins cependant à me faire connaître le nombre demandé. Car puisque deux quantités sont toujours entre elles comme leurs parties semblables (Proposition 242), on peut les regarder l'une comme la somme des antécédents d'une suite de termes proportionnels, l'autre comme la somme des conséquents. Or ces deux sommes sont entre elles (Proposition 241), comme un nombre quelconque d'antécédents est au même nombre de conséquents et réciproquement ; donc la moitié plus le quart, plus le cinquième de 20 sont à la moitié plus le quart, plus au cinquième du nombre que je cherche, comme le nombre 20 est lui même au nombre cherché.
J'ai donc, $\dfrac{19}{456} = \dfrac{20}{x}$ soit $x = 480$.

1) Résoudre le problème posé : « trouver un nombre dont la moitié, le quart et le cinquième fassent 456 ».
2) Le nombre 20 a-t-il été choisi au hasard ? Le résultat trouvé dépend-il de ce choix ?
3) L'auteur fait référence à deux propriétés établies auparavant (numérotées 242 et 241). la première citée (242) :« Deux quantités sont toujours entre elles comme leurs parties semblables » peut se traduire aujourd'hui par l'égalité : $\dfrac{a}{b} = \dfrac{ka}{kb}$. Quelle propriété des tableaux de proportionnalité peut traduire la seconde ?
4) En appliquant cette méthode, trouver la solution du problème posé par Fancès Pellos gentilhomme niçois de la fin du XV^{e}siècle : « *Une lance a la moitié et le tiers dans l'eau et 9 paumes à l'extérieur. Je te demande combien elle a de long ?* ».

2. Le travail demandé au candidat

En aucun cas, le candidat ne doit rédiger sur sa fiche sa solution de l'exercice. Celle-ci pourra néanmoins lui être demandée partiellement ou en totalité lors de l'entretien avec le Jury

Pendant sa préparation, le candidat traitera les questions suivantes :

Q.1) Quelles sont les propriétés sur lesquelles repose la « règle de la fausse position » ?

Q.2) Quelle classe de problèmes cette règle permet-elle de résoudre ?

Sur ses fiches, le candidat rédigera et présentera :

Divers exercices sur le thème « **La proportionnalité** ». On veillera à ce que ce choix recouvre diverses classes de l'enseignement secondaire.

3. Quelques références aux programmes

Introduction générale pour le Collège

Certains problèmes peuvent prendre appui sur des éléments empruntés à l'histoire de mathématiques. Les moyens modernes de communication (informatique, banques de données, audiovisuel) sont également utilisés chaque fois que leur usage est justifié.

Programme de Sixième (mis en œuvre depuis septembre 2005)

Contenus	Modalités de mise en œuvre	Commentaires
1.1 Proportionnalité (Programme cycle 3 : document d'application, p.16 et 17)	– Traiter les problèmes « de proportionnalité », en utilisant des raisonnements appropriés, en particulier : – passage par l'image de l'unité ; – utilisation d'un rapport de linéarité, exprimé, si nécessaire, sous forme de quotient ; – utilisation du coefficient de proportionnalité, exprimé, si nécessaire, sous forme de quotient. – Reconnaître les situations qui relèvent de la proportionnalité et celles qui n'ent relèvent pas. – Appliquer un taux de pourcentage	Les problèmes à proposer (qui relèvent aussi bien de la proportionnalité que de la non proportionnalité) se situent dans le cadre des grandeurs (quantités, mesures). L'étude de la proportionnalité dans le cadre purement numérique relève du programme de la classe de cinquième. Les situations de proportionnalité se caractérisent par le fait que des raisonnements du type « fois plus » peuvent être mobilisés. Pour chaque situation, l'élève doit être en mesure de mobiliser l'une ou l'autre des compétences citées. Les raisonnement correspondants s'appuient : – soit sur la propriété de linéarité relative à la multiplication (homogénéité) qui correspond, par exemple, au fait que « 3 fois plus d'objets coûtent 3 fois plus cher », – soit sur la mise en évidence du coefficient de proportionnalité : par exemple, sur un plan, une distance sur le terrain est traduite par une distance « deux cent fois plus petite ». La propriété additive de la linéarité est également utilisée. Ces différentes propriétés n'ont pas à être formalisées. Les rapports utilisés sont, soit des rapports entiers ou décimaux simples (2,5 par exemple qui peut être exprimé par « 2 fois et demie »), soit par des rapports exprimés sous forme de quotient : le prix de 7m de tissu est 7/3 fois le prix de 3m de tissu. La notion de pourcentage a été présentée au cycle 3, mais aucune procédure experte n'a été étudiée. Il s'agit, en classe de sixième de mettre en évidence et de justifier, par exemple, que prendre « 17 pour cent d'un nombre » revient à mutiplier ce nombre par 17/100, en relation avec le travail sur la notion de quotient. Mais, dans des cas simples, des solutions plus rapides sont possibles. Par exemple, pour prendre 17% de 200, les élèves doivent remarquer qu'il suffit de multiplier 17 par 2.

Programme de Cinquième (mis en œuvre jusqu'en juillet 2006)

Contenus	Modalités de mise en œuvre	Commentaires
2. Exemples de fonctions.		Toute définition de la notion de fonction sera évitée, mais des expressions telles que « en fonction de », « est fonction de » seront utilisées.
Proportionnalité	Reconnaître, s'il y a lieu, la proportionnalité sur un tableau complet de nombres. Compléter un tableau de nombres représentant une relation de proportionnalité dont les données sont fournies partiellement. En particulier, déterminer une quatrième proportionnelle. Mettre en œuvre la proportionnalité dans les cas suivants : – utiliser des unités combinant le système décimal et le système sexagésimal (mesure du temps), – calculer et utiliser l'échelle d'une carte ou d'un dessin, – reconnaître un mouvement uniforme à la proportionnalité entre temps et distance parcourue ; utiliser cette proportionnalité, – effectuer pour des volumes des changements d'unité de mesure.	On pourra notamment constituer un tableau des abscisses et ordonnées de points d'une droite passant par l'origine dans le plan muni d'un repère. Les élèves retiendront que dans une relation de proportionnalité, la correspondance est déterminée par un couple de valeurs homologues non nulles. Les activités numériques et graphiques pourront se référer à l'un ou l'autre thème exploitant des formules, notamment de longueur, d'aire et de volume. Ainsi, on pourra envisager des variations : – de l'aire d'un triangle ou d'un parallélogramme, de celle d'un disque, – de la longueur d'un arc de cercle, de l'aire d'un secteur circulaire, – du volume ou de l'aire latérale d'un cylindre ou d'un prisme droit, en fonction d'une variable de la formule, toute autre variable étant fixée.

Programme de Quatrième (mis en œuvre jusqu'en juillet 2007)

Contenus	Modalités de mise en œuvre	Commentaires
1. Représentations graphiques. Proportionnalité.	Utiliser, dans le plan muni d'un repère, la caractérisation de la proportionnalité sous forme d'alignements de points avec l'origine.	On fera travailler les élèves à la fois sur des exemples et des contre-exemples de situations de proportionnalité.
2. Applications de la proportionnalité. Vitesse moyenne Grandeurs quotients courantes.	Utiliser l'égalité $d = vt$ pour des calculs de distance parcourue, de vitesse et de temps. Changer d'unités de vitesse (mètre par seconde et kilomètre par heure).	Les situations où interviennent des vitesses moyennes constituent des exemples riches où le traitement mathématique s'avère particulièrement pertinent, comme l'étude de la vitesse moyenne d'un trajet sur un parcours de 60km, où l'aller se parcourt à 20km/h et le retour à 30km/h. Les compétences exigibles se réduisent aux vitesses mais d'autres situations de changement d'unités méritent d'être envisagées : problème de change monétaire, consommation de carburant d'un véhicule en litres pour 100km ou en kilomètres parcourus par litre.
Calculs faisant intervenir des pourcentages		En liaison avec d'autres disciplines (géographie, ...), la notion d'indice pourra être présentée comme un cas particulier du coefficient de proportionnalité, donnant lieu à des illustrations et calculs mais en aucun cas à des développements théoriques.
	Mettre en œuvre la proportionnalité dans des situations simples utilisant à la fois des pourcentages et des quantités ou des effectifs.	Des situations issues de la vie courante ou des autres disciplines demandent de mettre en œuvre à la fois un coefficient de proportionnalité, sous forme de pourcentage ou d'indice, et des quantités ou des effectifs. Par exemple, connaissant le pourcentage d'un caractère dans deux groupes d'effectifs distincts, déterminer le pourcentage après réunion des deux groupes.

Programme de Troisième (mis en œuvre jusqu'en juillet 2008)

Contenus	Modalités de mise en œuvre	Commentaires
2. Proportionnalité et traitements usuels des grandeurs. Applications de la proportionnalité.	Dans des situations mettant en jeu des grandeurs, l'une des grandeurs étant fonction de l'autre, – représenter graphiquement la situation de façon exacte si cela est possible, sinon de façon approximative, – lire et interpréter une telle représentation	En classe de troisième, il s'agit de compléter l'étude de la proportionnalité commencée en fait dès l'école. De nombreuses occasions sont données de conjecturer ou de reconnaître, puis d'utiliser la proportionnalité de valeurs ou d'accroissements dans les différents domaines et sections du programme. Les situations mettant en jeu des grandeurs restent privilégiées pour mettre en place et organiser des calculs faisant intervenir la proportionnalité, en particulier les pourcentages. Par exemple, au-delà des compétences exigibles, on pourra étudier des problèmes de mélange.

Thème : Fonctions
Etude du comportement local

1. L'exercice proposé au candidat

On considère la fonction f définie sur $[0, \pi]$ par $f(x) = \mathrm{e}^{-\cos x}$.
On note $\mathcal{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ du plan.
Le but de l'exercice est de déterminer le nombre de tangentes à $\mathcal{C}_f$ passant par l'origine O du repère.

1) a) Déterminer l'équation de la tangente T_a à $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse a de $[0, \pi]$.

   b) Montrer que T_a passe par O si et seulement si $a \sin a = 1$.

2) Soit la fonction ψ définie sur $]0, \pi]$ par $\psi(x) = \sin x - \dfrac{1}{x}$.

   a) Étudier les variations de ψ' sur $]0, \pi]$.

   b) En déduire que la fonction ψ admet un maximum absolu M qu'elle atteint en un unique x_0 de l'intervalle $]0, \pi]$.

   c) Calculer $\psi'\left(\dfrac{\pi}{2}\right)$ et en déduire la position de $\dfrac{\pi}{2}$ par rapport à x_0.

   d) Calculer $\psi\left(\dfrac{\pi}{2}\right)$ et en déduire le signe de M.

3) À l'aide des questions précédentes, déterminer le nombre de tangentes à $\mathcal{C}_f$ qui passent par O.

2. Le travail demandé au candidat

En aucun cas, le candidat ne doit rédiger sur sa fiche sa solution de l'exercice.
Celle-ci pourra néanmoins lui être demandée partiellement ou en totalité lors de l'entretien avec le Jury

Pendant sa préparation, le candidat traitera les questions suivantes :

$Q.1)$ Dégager les outils et les méthodes nécessaires à la résolution de cet exercice.

$Q.2)$ A l'aide de votre calculatrice, donner une valeur approchée des coordonnées des points où la tangente à la courbe $\mathcal{C}_f$ passe par O. Tracer $\mathcal{C}_f$ et les tangentes en question.

Sur ses fiches, le candidat rédigera et présentera :

- Sa réponse à la question $Q.1)$.
- Un ou deux énoncés d'exercices se rapportant au thème « **Fonctions** ».

3. Quelques références aux programmes

Classe de Première S

Contenus	**Modalités de mise en oeuvre**	**Commentaires**
Dérivation		
Approche cinématique ou graphique du concept de nombre dérivé d'une fonction en un point.	Plusieurs démarches sont possibles : passage de la vitesse moyenne à la vitesse instantanée pour des mouvements rectilignes suivant des lois horaires élémentaires (trinôme du second degré dans un premier temps) ; zooms successifs sur une représentation graphique obtenue à l'écran de la calculatrice.	On ne donnera pas de définition formelle de la notion de limite. Le vocabulaire et la notation relatifs aux limites seront introduits sur des exemples puis utilisés de façon intuitive.
Nombre dérivé d'une fonction en un point : définition comme limite de $\dfrac{f(a+h)-f(a)}{h}$ quand h tend vers 0. Fonction dérivée.		Dans les cas usuels, la limite de $\dfrac{f(a+h)-f(a)}{h}$ s'obtient,après transformation d'écriture, en invoquant des arguments très proches de l'intuition. On ne soulèvera aucune difficulté à leur propos et on admettra tous les résultats utiles.
Tangente à la courbe représentative d'une fonction f dérivable ; approximation affine associée de la fonction.	On construira point par point un ou deux exemples d'approximation de courbe intégrale définie par : $y' = f(t)$ et $y(t_0) = y_0$ en utilisant l'approximation $\Delta f \approx f'(a)\Delta t$.	
Dérivée des fonctions usuelles : $\mapsto x^n$, $x \mapsto \sqrt{x}$,$x \mapsto \cos x$ et $x \mapsto \sin x$. Dérivée d'une somme, d'un produit, d'un quotient et de $x \mapsto f(ax+b)$.	On justifiera le résultat donnant la dérivée de uv et $1/u$.	On pourra admettre les dérivées des fonctions sinus et cosinus.
Lien entre signe de la dérivée et variations.	On étudiera, sur quelques exemples, le sens de variation de fonctions polynômes de degré 2 ou 3, de fonctions homographiques ou de fonctions rationnelles très simples. On introduira les notions et le vocabulaire usuels (extremum, majorant, minorant) et, de l'étude du sens de variations, on déduira des encadrements d'une fonction sur un intervalle.	On justifiera que la dérivée d'une fonction monotone sur un intervalle est de signe constant ; on admettra la réciproque. L'étude de fonctions ne sera pas présentée comme une fin en soi, mais interviendra lors de la résolution de problèmes.

Classe de Terminale S

Les élèves à qui ce programme est destiné ont grandi dans un environnement technologique, qui façonne leur comportement et leurs valeurs et crée des centres d'intérêt profondément nouveaux. La puissance d'investigation des outils informatiques et l'existence de calculatrices performantes dont la plupart des élèves disposent sont des progrès bienvenus, et leur impact sur la pédagogie des mathématiques est considérable. Il faut accompagner cette évolution, notamment en utilisant ces outils dans les phases de découverte et d'observation par les élèves.

Thème : Intégration
Calcul d'intégrales par des méthodes variées

1. L'exercice proposé au candidat

1) Vérifier que pour tout x réel :

$$\frac{e^x}{1+e^x} = 1 - \frac{1}{1+e^x}$$

2) En déduire $\displaystyle\int_0^1 \frac{\mathrm{d}x}{1+e^x}$.

3) Déterminer $\displaystyle\int_0^1 \frac{e^{2x}}{(1+e^x)}\mathrm{d}x$ et $\displaystyle\int_0^1 \frac{e^{2x}}{(1+e^x)^2}\mathrm{d}x$.

2. Le travail demandé au candidat

En aucun cas, le candidat ne doit rédiger sur sa fiche sa solution de l'exercice. Celle-ci pourra néanmoins lui être demandée partiellement ou en totalité lors de l'entretien avec le jury

Pendant sa préparation, le candidat traitera les questions suivantes :

$Q.$1) Enoncer les résultats fondamentaux pour le calcul des intégrales mis en jeu dans l'exercice précédent.

$Q.$2) Quelle réponse feriez-vous à un élève qui vous demanderait comment calculer $\displaystyle\int_0^1 \frac{\mathrm{d}x}{(1+e^x)^4}$?

Sur ses fiches, le candidat rédigera et présentera :
– sa réponse à la question *Q.2)*
– d'autres exercices sur le thème « **Calculs d'intégrales par des méthodes variées** »

3. Quelques références aux programmes

Programme de Terminale S

Contenus	**Modalités de mise en œuvre**	**Commentaires**
Intégration et dérivation		
Pour une fonction f continue positive sur $[a, b]$, introduction de la notation $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x$ comme aire sous la courbe. Valeur moyenne d'une telle fonction. Extension à l'intégrale et à la valeur moyenne d'une fonction de signe quelconque.	[...] On indiquera la convention de signe sur un intervalle où f est négative et on en déduira le cas général ; on pourra aussi ajouter une constante à f pour la rendre positive.	[...] Cette extension doit être faite brièvement. Cette convention de signe prendra tout son sens lors de l'étude de $\displaystyle\int_a^b f(x)\mathrm{d}x$.

Programme de Terminale S (suite)

Notion de primitive. Théorème : « si f est continue sur un intervalle I, et si a est un point de I, la fonction F telle que $F(x) = \int_a^x f(t)\mathrm{d}t$ est l'unique primitive de f sur I s'annulant en a »	On démontrera que F est une primitive de f dans le cas où f est continue et croissante, et on admettra le cas général.	L'intégration permet d'établir l'existence des primitives des fonctions continues et d'en donner des méthodes numériques de calcul ; inversement, la connaissance d'une primitive d'une fonction continue donne une formule explicite pour le calcul des intégrales : les élèves devront percevoir l'intérêt de cette double démarche.
Calcul de $\int_a^b f(t)\mathrm{d}t$ à l'aide d'une primitive de f.	Tableau primitives-dérivées des fonctions usuelles (fonctions $x \mapsto x^n$, $x \mapsto \sqrt{x}$, $x \mapsto \ln x$, $x \mapsto \mathrm{e}^x$, sinus, cosinus). Application de la dérivation des fonctions composées à la primitivation de $\frac{u'}{u}$, $u'\mathrm{e}^u$, $u'u^n$.	L'existence d'une solution de $y' = f(t)$, admise en 1ère est ainsi justifiée ; de même, est justifiée l'existence du logarithme : celle de sa fonction réciproque en découle alors. La volonté d'introduire rapidement la fonction exponentielle pour la physique aura conduit à admettre un théorème d'existence en début d'année, qui se trouve ici justifié.
Intégration par parties.		On se limitera à des cas simples où l'élève aura à trouver lui-même le recours à la technique d'intégration par parties.

Thème : Divers types de raisonnements (par l'absurde, par récurrence,...)

1. L'exercice proposé au candidat

On se propose ici d'illustrer une figure du raisonnement mathématique : le raisonnement par l'absurde.

On se donne une partie A de $\mathbb{N}^*$, finie et non vide.
On suppose que pour tous éléments m et n de A, l'entier $\dfrac{m+n}{\text{pgcd}(m,n)}$ est encore dans A.

1) Montrer que l'entier 2 est élément de A.
2) Montrer que l'ensemble fini A ne contient que des entiers pairs.
3) Montrer que l'ensemble A se réduit au singleton $\{2\}$.

2. Le travail demandé au candidat

En aucun cas, le candidat ne doit rédiger sur sa fiche sa solution de l'exercice. Celle-ci pourra néanmoins lui être demandée partiellement ou en totalité lors de l'entretien avec le jury

Pendant sa préparation, le candidat traitera la question suivante :

Q.1) Dégager les outils et méthodes nécessaires à la résolution de l'exercice.

Sur ses fiches, le candidat rédigera et présentera au moins deux exercices illustrant le raisonnement par l'absurde, ou par contraposition, ou par « analyse-synthèse ». A cet effet, il puisera dans les domaines de la géométrie, de l'analyse, des probabilités...

3. Quelques références aux programmes

Classe de Première et de Terminale S

Généralités à propos d'une formation scientifique en première et en terminale S

[...] La démonstration est constitutive de l'activité mathématique et les élèves doivent en prendre conscience. Faire en sorte que les élèves puissent concevoir des démonstrations dans leur globalité, puis en détailler les différentes étapes, a toujours été et reste un objectif essentiel de tout enseignement des mathématiques en France. Le monde mathématique de chaque élève s'élabore en grande partie à travers une pratique permanente de calculs, d'argumentations, de petits raisonnements et de démonstrations.

Le niveau de rigueur exigible pour une démonstration dépend de l'expérience de l'élève dans le domaine où cette démonstration se situe : ainsi, pour la géométrie, pratiquée depuis l'école primaire, on peut prétendre exiger dès la classe de seconde un niveau de démonstration académique ; en analyse, par contre, la plupart des objets manipulés ne sont pas définis formellement à ce niveau d'études, et les élèves ne peuvent pas aboutir à des démonstrations parfaitement achevées : la nature et le niveau des rédactions exigibles ne peuvent pas être les mêmes. Il conviendra donc, à ce niveau d'étude, en particulier en analyse, d'accepter des argumentations conçues et exposées à l'aide de schémas (même si les élèves ne peuvent pas à ce stade les traduire en un texte linéaire). On gardera néanmoins l'état d'esprit déjà évoqué dans les programmes de collège et de seconde : repérer clairement le statut des divers énoncés en jeu (définition, axiome, théorème démontré, théorème admis,...).

La déduction usuelle (par implication ou équivalence) et la manipulation du contre-exemple ont été travaillées en seconde ; des problèmes bien choisis permettront d'aborder en première le raisonnement par contraposition, par l'absurde ou par disjonction des cas ; le raisonnement par récurrence relève de la classe de terminale.

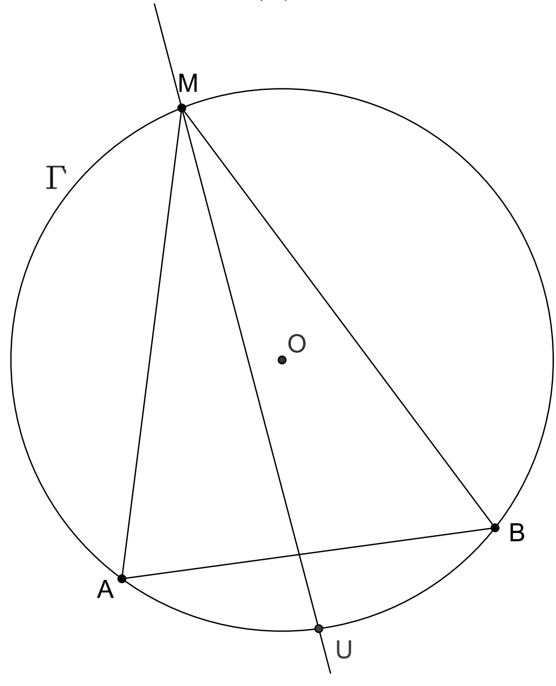
La démonstration doit garder un caractère vivant et personnel et il convient d'éviter qu'elle n'apparaisse comme une activité relevant d'un protocole trop rigide. Chaque année, les assertions qui doivent être justifiées dans le cadre d'une pratique de la démonstration changent : il est difficile pour les élèves de cerner, parmi les éléments qui devaient être justifiés les années précédentes, ceux qui deviennent des évidences, pour lesquelles une justification ne ferait qu'alourdir la démonstration (ainsi, en première, on peut mettre dans le bagage des évidences que la fonction $x \mapsto x^2 + 1$ est à valeurs positives).

C'est à l'enseignant de guider au coup par coup cette évolution délicate. Apprendre à rédiger une démonstration constitue un élément important d'une formation scientifique. La rédaction est l'occasion de revenir sur un raisonnement, de le remodeler, de le rendre plus rigoureux et esthétique, de chercher les meilleures notations, de dégager les idées essentielles de l'aspect technique ; c'est ainsi que pour l'élève, des connaissances éparses se fondent en un ensemble cohérent de savoirs, et que se développent des compétences mathématiques fines. Enfin, apprendre à rédiger, c'est aussi acquérir la maîtrise d'une forme particulière d'écriture, mêlant langue usuelle, signes et symboles spécifiques. [...]

Thème : Problèmes de constructions
Constructions utilisant des configurations connues

1. L'exercice proposé au candidat

Soit (Γ) un cercle de centre O et $[AB]$ une corde de (Γ). Soit M un point de (Γ), distinct de A et de B. La bissectrice de $\widehat{AMB}$ coupe (Γ) en U.



1) A l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique, construire la figure. Quelle conjecture peut-on faire sur le point U et sur le triangle AUB lorsque M décrit un arc de cercle d'extrémités A et B ?
2) Démontrer cette conjecture et préciser la position de U.
3) Soit (Γ) un cercle de centre O, $[AB]$ une corde de (Γ) et N un point de $]AB[$. Construire un triangle ABC tel que $C \in (\Gamma)$ et tel que la bissectrice de $\widehat{ACB}$ passe par N.

2. Le travail demandé au candidat

En aucun cas, le candidat ne doit rédiger sur sa fiche sa solution de l'exercice. Celle-ci pourra néanmoins lui être demandée partiellement ou en totalité lors de l'entretien avec le jury

Pendant sa préparation, le candidat traitera les questions suivantes :

$Q.1$) Présenter la figure réalisée sur la calculatrice et l'animation permettant de mettre en évidence la conjecture.

$Q.2$) Dégager les propriétés mises en jeu dans la résolution de l'exercice et indiquer à quel niveau on peut le proposer.

Sur ses fiches, le candidat rédigera et présentera :

- Sa réponse à la question $Q.1$).
- plusieurs énoncés d'exercices, variés, de constructions de triangles vérifiant des conditions métriques ou géométriques.

3. Quelques références aux programmes

Programme de Cinquième

Contenus	Compétences exigibles	Commentaires
3. Triangle Construction de triangle et inégalité triangulaire	Construire un triangle connaissant : - la longueur d'un côté et les deux angles qui lui sont adjacents, - les longueurs de deux côtés et l'angle compris entre ces deux côtés, - les longueurs des trois côtés	On remarquera, dans chaque cas où la construction est possible, que lorsqu'un côté est placé, on peut construire plusieurs triangles, deux à deux symétriques par rapport à ce côté, à sa médiatrice ou à son milieu. On rencontrera à ce propos l'inégalité triangulaire, $AB + BC \geq AC$ dont l'énoncé sera admis. Le cas de l'égalité $AB + BC = AC$ sera commenté et illustré.

Programme de Quatrième

Contenus	Compétences exigibles	Commentaires
2. Triangle rectangle et cercle Cercle circonscrit, théorème de Pythagore et sa réciproque	Caractériser le triangle rectangle : - par son inscription dans un demi-cercle, - par la propriété de Pythagore et sa réciproque. Calculer la longueur d'un côté d'un triangle rectangle à partir de celles des deux autres. En donner, s'il y a lieu, une valeur approchée, en faisant éventuellement usage de la touche $\sqrt{}$ d'une calculatrice. Caractériser les points d'un cercle de diamètre donné par la propriété de l'angle droit.	On poursuit le travail sur la caractérisation des figures en veillant à toujours la formuler à l'aide d'énoncés séparés. Les relations métriques dans le triangle rectangle, autres que celles mentionnées dans les compétences exigibles, ne sont pas au programme.

Programme de Troisième

Contenus	Compétences exigibles	Commentaires
5. Rotation, angles, polygones réguliers Angles inscrits	Comparer un angle inscrit et l'angle au centre qui intercepte le même arc.	On généralise le résultat relatif à l'angle droit, établi en classe de quatrième. Cette comparaison permet celle de deux angles inscrits interceptant le même arc, mais la recherche de l'ensemble des points du plan d'où l'on voit un segment sous un angle donné, autre qu'un angle droit, est hors programme.

Programme de Seconde

Contenus	Capacités attendues	Commentaires
Triangles isométriques, triangles de même forme.	Reconnaître des triangles isométriques. Reconnaître des triangles de même forme. Résoudre des problèmes mettant en jeu formes et aires.	A partir de la construction d'un triangle caractérisé par certains de ses côtés ou de ses angles, on introduira la notion de triangles isométriques. On pourra observer que deux triangles isométriques le sont directement ou non. On pourra utiliser la définition suivante : « deux triangles ont la même forme si les angles de l'un sont égaux aux angles de l'autre »(il s'agira donc de triangles semblables). On caractérisera ensuite, grâce au théorème de Thalès, deux triangles de même forme par l'existence d'un coefficient d'agrandissement/réduction. Rapport entre les aires de deux triangles de même forme. Pour des formes courantes (équilatéral, demi-carré, demi-équilatéral), on fera le lien avec les sinus et cosinus des angles remarquables. On s'interrogera, à partir de décompositions en triangles, sur la notion de forme pour d'autres figures de base (rectangle, quadrilatère quelconque,...).

Thème : Équations différentielles

1. L'exercice proposé au candidat

On se propose de déterminer les fonctions f définies et dérivables sur l'ensemble $\mathbb{R}$ et vérifiant pour tout réel x l'équation :

$$(E) : f'(x) = f(-x)$$

1. Démontrer que la fonction nulle est solution de cette équation.
2. Dans cette question et les suivantes, la fonction f est supposée non identiquement nulle. Après avoir prouvé que f est deux fois dérivable, trouver une équation linéaire du second ordre (E') admettant f comme solution.
3. a) Résoudre (E')
   b) En déduire les fonctions f solutions de (E).

2. Le travail demandé au candidat

En aucun cas, le candidat ne doit rédiger sur sa fiche sa solution de l'exercice. Celle-ci pourra néanmoins lui être demandée partiellement ou en totalité lors de l'entretien avec le jury

Pendant sa préparation, le candidat traitera les questions suivantes :

Q.1) Dégager les méthodes et les théorèmes utilisés dans cet exercice.

Q.2) En admettant que l'équation (E) possède une unique solution vérifiant $f(0) = 1$, proposer un algorithme qui permette d'obtenir une représentation graphique approchée de cette solution sur l'intervalle $[-3; 3]$

Sur ses fiches, le candidat rédigera et présentera :

- À l'aide de la calculatrice, l'algorithme permettant d'obtenir la construction de l'approximation évoqué à la question Q. 2).
- Deux exercices sur le thème : « **Équations différentielles** »

3. Quelques références aux programmes

Classe de Première STI

Dans l'ensemble du programme, il convient de mettre en valeur les aspects algorithmiques des problèmes étudiés. On explicitera ce type de démarche sur quelques exemples simples : construction et mise en forme d'algorithmes, comparaison de leurs performances pour le traitement d'un même problème ; mais aucune connaissance spécifique sur ces questions n'est exigible des élèves.

4. EMPLOI DES CALCULATRICES

L'emploi des calculatrices en mathématiques a pour objectif, non seulement d'effectuer des calculs, mais aussi de contrôler des résultats, d'alimenter le travail de recherche et de favoriser une bonne approche de l'informatique. Les élèves doivent savoir utiliser une calculatrice programmable dans les situations liées au programme de la classe considérée. Cet emploi combine les capacités suivantes, qui constituent un savoir-faire de base et sont seules exigibles :

- Savoir effectuer les opérations arithmétiques sur les nombres et savoir comparer des nombres ;
- Savoir utiliser les touches des fonctions qui figurent au programme de la classe considérée et savoir programmer le calcul des valeurs d'une fonction d'une variable permis par ces touches ;
- Savoir programmer une instruction séquentielle ou conditionnelle et, en classe terminale, une instruction itérative, comportant éventuellement un test d'arrêt.

Classe de Terminale STI

3. NOTIONS DE CALCUL INTEGRAL

d) Équations différentielles

Résolution de l'équation différentielle $y' = ay$, où a est un nombre réel : existence et unicité de la solution vérifiant une condition initiale donnée.

Résolution de l'équation différentielle $y" = \omega^2 y$ où ω est un nombre réel : existence et unicité (admises) de la solution vérifiant des conditions initiales données.

Contenus	**Modalités de mise en œuvre**	**Commentaires**
Équations différentielles	Exemples simples d'étude de phénomènes continus satisfaisant à une loi d'évolution et à une condition initiale se ramenant à une équation du type $y' = ay$ ou $y" = \omega^2 y$.	Certaines de ces situations seront issues de sciences physiques (mécanique du point, circuits électriques . . .). Lorsqu'une telle étude mène à une équation avec second membre, la méthode à suivre pour se ramener à l'équation sans second membre doit être indiquée. D'autre part, dans certaines sections, en liaison avec l'enseignement d'autres disciplines, on pourra être amené à étudier d'autres types d'équations différentielles mais ceci est en dehors du programme de mathématiques.

Classe de Terminale S

Contenus	**Modalités de mise en œuvre**	**Commentaires**
Introduction de la fonction exponentielle		
Étude de l'équation $f' = kf$. Théorème : "il existe une unique fonction f dérivable sur $\mathbb{R}$ telle que $f' = f$ et $f(0) = 1$." Relation fonctionnelle caractéristique. Introduction du nombre e. Notation e^x. Extension du théorème pour l'équation $f' = kf$.	L'étude de ce problème pourra être motivée par un ou deux exemples, dont celui de la radioactivité traité en physique, ou par la recherche des fonctions dérivables f telles que $f(x + y) = f(x)f(y)$. On construira avec la méthode d'Euler introduite en première des représentations graphiques approchées de f dans le cas $k=1$; on comparera divers tracés obtenus avec des pas de plus en plus petits. L'unicité sera démontrée. L'existence sera admise dans un premier temps. Elle sera établie ultérieurement à l'occasion de la quadrature de l'hyperbole. Approximation affine, au voisinage de 0, de $h \mapsto \mathrm{e}^h$.	Ce travail se fera très tôt dans l'année car il est central dans le programme de mathématiques et de physique. Il fournit un premier contact avec la notion d'équation différentielle et montre comment étudier une fonction dont on ne connaît pas une formule explicite. La méthode d'Euler fait apparaître une suite géométrique et donne l'idée que l'exponentielle est l'analogue continu de la notion de suite géométrique, ce que l'équation fonctionnelle confirme.